

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:  
Corso di studi:  
Anno di iscrizione:  
Numero di matricola:  
E-mail

### Scritto n.4 del 2013

**Esercizio 1.** a) Al variare del parametro reale  $h$  si studi il seguente sistema  $\mathcal{S}$

$$\begin{cases} x + z = 2 - h \\ hx - h^2y + (1 - h)z = 1 - h \\ x - hz = 1 \end{cases}$$

b) Si determinino i valori di  $h$  e  $k$  per cui  $(k - h + 1, h, k + 1 + h)$  e' soluzione del sistema omogeneo associato ad  $\mathcal{S}$ .

**Esercizio 2.** Determinare le soluzioni complesse  $(z, w)$  del sistema

$$\begin{cases} \exp(-w) = -\exp(-w - 2z) \\ \exp(z) = \exp(z + 2w). \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Si consideri la superficie di equazione  $z^2 - 2xy + 2x - 4y + 3 = 0$ .

a) Si classifichi la superficie.

b) Si dimostri che e' una superficie di rotazione intorno alla retta  $\begin{cases} y = x + 3 \\ z = 0. \end{cases}$

c) Si determini la circonferenza contenuta nella superficie passante per il punto  $P = (-2, 5, 1)$  ed il suo raggio.

**Esercizio 4.** Si considerino, al variare del parametro  $h \in \mathbb{R}$ , le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ b + 1 & 0 & b + 1 \\ 0 & -a & a \end{pmatrix}$$

a) Studiare la triangolabilita' e diagonalizzabilita' al variare dei parametri  $a$  e  $b$ .

b) Determinare i valori di  $a$  e  $b$  per cui la matrice e' nilpotente e non nulla.

c) Determinare, per  $a = 0$  e  $b \neq -1$ , un vettore che appartiene a  $\ker A^2$  e non appartiene a  $\ker A$ .

**Esercizio 5.** Si consideri il fascio di coniche per il quale consideriamo l'equazione

$$2x^2 + 2xy + y^2 - 1 + \lambda(x^2 - 1) = 0.$$

a) Determinare i punti base del fascio e verificare che in tali punti tutte le coniche del fascio hanno la stessa tangente.

b) Classificare, al variare di  $\lambda$ , le coniche del fascio.

c) Determinare gli elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio.

d) Tutte le proiettivita' del piano proiettivo che trasformano ogni conica del fascio in una conica del fascio hanno uno stesso punto fisso. Quale?