

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:  
Corso di studi:  
Anno di iscrizione:  
Numero di matricola:  
E-mail

### Scritto n.3 del 2013

**Esercizio 1.** a) Al variare del parametro reale  $h$  studiare il seguente sistema  $\mathcal{S}$

$$\begin{cases} x_1 - h x_2 - x_3 - 2 x_4 = 0 \\ x_1 - 2 x_3 + 2 h x_4 = 0 \end{cases}$$

e determinarne le soluzioni.

b) Determinare gli eventuali valori del parametro  $h$  per cui una soluzione del sistema  $\mathcal{S}$  è l'unica soluzione del sistema  $\mathcal{S}'$ :

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 7 \\ h x_2 = -h \\ x_2 + (h - 1)x_3 - x_4 = -2h \\ h x_4 = h \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Si determinino le soluzioni  $(z, w) \in \mathbb{C}^2$  del seguente sistema:

$$\begin{cases} \exp z = w^2 \\ w^2 + (1 - i)w - i = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Si considerino le rette  $r$  ed  $s$  di equazione rispettivamente

$$r : \begin{cases} y = 2x \\ z = 1 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x + 3y + z = 0 \\ y + z = 0. \end{cases}$$

Determinare le equazioni di una retta che sia complanare con  $r$  ed  $s$  e che sia perpendicolare ad  $r$ .

**Esercizio 4.** Si considerino, al variare del parametro  $h \in \mathbb{R}$ , le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} -1 + h & 2 & 0 \\ h & 1 & -h \\ -1 & -h & 1 \end{pmatrix}$$

- Determinare la dimensione di  $\text{Im}A$  e di  $\text{Ker}A$  al variare di  $h \in \mathbb{R}$ .
- Determinare per  $h = 0$  autovalori ed autovettori della matrice  $A$ .
- Determinare per  $h = 0$  un autovettore di  $A^2$  che non sia autovettore di  $A$ .
- Dire se per  $h = 0$  la matrice  $A^2$  è diagonalizzabile.

**Esercizio 5.** a) Si scriva l'equazione del fascio  $\mathcal{F}$  generato dalle coniche tangenti alla retta di equazione  $x + y - 1 = 0$  nel suo punto improprio ed alla retta  $t : x + 2y - 2 = 0$  nel suo punto  $T = (2, 0)$ .

b) Si studi il fascio  $\mathcal{F}$ .

c)  $\mathcal{F}$  contiene circonferenze?

d) Studiare la conica passante per il punto  $P = (5, -2)$ , determinandone i punti impropri e gli eventuali asintoti.