

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.5 del 2011

Esercizio 1. a) Studiare il seguente sistema al variare del parametro reale a :

$$\begin{cases} x + (2a + 1)y + z = 1 \\ x + ay = 0 \\ ax + y = 1 \\ (a - 2)x + (1 - 2a)y = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Si risolva il sistema nelle variabili complesse z e w :

$$\begin{cases} \exp w + \exp z = 1 \\ (\exp(w) - 1)(\exp(z) - \sqrt{3}i) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Scrivere l'equazione del cono \mathcal{C} di rotazione di asse la retta $a : \begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$, contenente il punto $P(0, 0, 2)$ ed avente il vertice sul piano $\pi : x - y + z = 2$.

b) Scrivere le equazioni della conica sezione del cono con il piano $\pi' : 2x + y = 0$ e classificarla.

Esercizio 4. Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a + 1 \\ 0 & 1 & a + 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di A al variare del parametro reale a .

b) Per $a = -1$ si trovino gli autospazi di A .

c) Per $a = -1$ si verifichi che $A^2 = A$ e che A rappresenta una proiezione di \mathbb{R}^3 su un piano π secondo la direzione \vec{d} . Si determini l'equazione cartesiana del piano π e la direzione \vec{d} .

Esercizio 5. a) Si scriva l'equazione della conica γ tangente in $(0, 0)$ alla retta $r : x - y = 0$ e passante per i punti $P(1, \frac{1}{2})$, $Q(-\frac{1}{2}, -1)$ ed $R(-2, 2)$.

b) Si verifichi che γ è un'iperbole, determinandone: centro, asintoti ed assi di simmetria.

c) Si determini un'affinità φ tale che $\varphi(\gamma) = \gamma'$ abbia equazione $xy - x + y - 2 = 0$.