

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.4 del 2011

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema al variare dei parametri reali h, k :

$$\begin{cases} x - ky + z = 1 \\ hx + y = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Si risolva il seguente sistema nelle variabili complesse z e w :

$$\begin{cases} i \exp(w) = -\exp(w - z) \\ \exp(z) = \exp(z + iw) \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Dimostrare che esiste una circonferenza passante per i punti $A(2, -1, 0)$, $B(2, 0, -1)$, $C(0, 2, -1)$ e $D(-1, 2, 0)$ determinandone le equazioni cartesiane, il centro e il raggio.
b) Scrivere le equazioni della retta tangente alla circonferenza nel punto A .

Esercizio 4. Sono date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2a + 1 & 0 \\ a + 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

a) Studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità di A al variare del parametro reale a .
b) Per $a = 0$ si determini la dimensione di $\text{Im}(A)$ ed una base ortonormale dell'ortogonale di $\text{Im}(A)$.

Esercizio 5. Si consideri il fascio di coniche

$$\lambda x^2 - \lambda y^2 + 2xy - 2x = 0.$$

a) Determinare punti base del fascio, eventuali tangenti ed elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio.
b) Dimostrare che si tratta di iperboli al variare del parametro λ , determinandone i punti impropri.
c) Determinare il luogo dei centri delle coniche del fascio.
d) Determinare la conica γ del fascio avente per polo e polare rispettivamente il punto $P(1, 2)$ e $p: 2x - y - 1 = 0$.
e) dire, dandone una motivazione, se esiste una proiettività che trasforma γ nella conica di equazione $2x^2 + 2y^2 - 2x = 0$ e che lascia fisso il fascio di coniche assegnato.