Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:

Scritto n.3 del 2011

Esercizio 1. a) Studiare il seguente sistema al variare dei parametri reali h, k:

$$\begin{cases} x + h\,y + k\,z = h \\ x + k\,y + h\,z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

b) Si ponga $k = 1$. Indicati con π_1, π_2, π_3 i piani aventi, in un riferimento $\mathcal{R}(O; x, y, z)$, come equazioni rispettivamente la prima, la seconda e la terza equazione del sistema, determinare i valori di h per cui l'intersezione di π_1 e π_2 sia una retta parallela a π_3.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione complessa

$$4\,z^2(\exp 2\,z) - a(\exp 2\,z) = 2\,i(\exp z)(4\,z^2 - a)$$

a) Determinare $a \in \mathbb{R}$ in modo tale che l'equazione precedente ammetta la soluzione $z = i/2$.
b) Per il valore determinato di a calcolare tutte le soluzioni dell'equazione suddetta.

Esercizio 3. Si considerino le rette

$$a : \begin{cases} x + y = 2 \\ 3\,x - y = 2 \end{cases} \quad ; \quad r : \begin{cases} x + y = 0 \\ x - z + 3 = 0 \end{cases}$$

a) Scrivere l'equazione della superficie Q generata dalla rotazione di r attorno alla retta a. Classificare Q determinandone eventuali elementi di simmetria.
b) Verificare che l'intersezione di Q con il piano $x = 2$ è un'iperbole, e determinarne le direzioni degli asintoti.

Esercizio 4. Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & 1 & k-2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di A al variare del parametro reale k.
b) Determinare gli eventuali valori di k per cui $\dim Im(A^2) \neq \dim Im(A)$.

Esercizio 5. Si consideri il fascio di coniche

$$y^2 - y + \lambda\,x^2 = 0\ ;$$

a) determinare i punti base del fascio, le eventuali rette tangenti ed elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio;
b) determinare le eventuali parabole del fascio;
c) determinare la conica γ del fascio passante per $P(1, 2)$.

Si consideri la proiettività φ rappresentata dalla matrice

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

d) determinare le immagini dei punti $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$ e $(1, 2, 1)$;
e) determinare l'immagine di γ tramite φ.