Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare
Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.1 del 2015

Esercizio 1. Al variare dei parametri reali h e k si considerino il sistema S e l'applicazione $L_{A_k} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dove e'

$$S : \begin{cases} x + y - z = h \\ h\,x + y - h\,z = 1 \end{cases} \qquad \text{ed} \quad A_k = \begin{pmatrix} k & 1 & -2 \\ -k & 0 & 0 \\ 0 & k & -2\,k \end{pmatrix}.$$

a) Al variare di h studiare e determinare le soluzioni $(x, y, z)^T$ del sistema S.
b) Tra le soluzioni precedenti individuare quelle con $y = 0$ e rappresentanti, rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$, vettori appartenenti al nucleo di L_{A_k}.

Esercizio 2. Si risolva il sistema nelle variabili complesse z e w :

$$\begin{cases} \exp z = -1 \\ (\exp w - i)(\exp z + 2) = -1 \end{cases}$$

Esercizio 3. Dire se la curva γ di equazioni

$$\gamma : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t^2 \end{cases}$$

e' piana oppure no ed individuare l'equazione cartesiana della superficie Φ generata dalla rotazione di γ intorno alla retta $a : \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$. Classificare Φ.

Esercizio 4. Si considerino, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, le matrici reali

$$A_h = \begin{pmatrix} 1 & h+1 & 0 \\ 0 & h-1 & 0 \\ -h & h & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Studiare la triangolabilita' e la diagonalizzabilita' di A_h al variare del parametro h.
b) Studiare la triangolabilita' e la diagonalizzabilita' di A_h^2 al variare del parametro h.

Esercizio 5. Si determini l'equazione cartesiana dell'iperbole equilatera γ avente centro $C(-1, -1)$ e tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 + 3\,x + 3\,y = 0$ nel vertice $(0, 0)$.
b) Si determinino nel piano proiettivo i punti aventi la stessa polare rispetto a γ e γ'.