

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

E-mail

Scritto n.7 del 2013

Esercizio 1. Al variare dei parametri reali h, k si studi il sistema

$$\begin{cases} x_1 + h x_2 + x_3 = k \\ x_1 + x_2 + h x_3 = h \\ x_1 + (h + 1) x_2 + 3 h x_3 = h + k . \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare, al variare del parametro reale h , le eventuali soluzioni complesse z del sistema

$$\begin{cases} \exp z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \\ z^2 - \left(h^2 + \frac{7}{3} \pi \right) i z + i^2 \frac{7}{3} \pi h^2 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. Si considerino la sfera $\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e la retta

$$r : \begin{cases} x = 0 \\ z = 1 \end{cases} ;$$

determinare:

a) il fascio \mathcal{F} di piani di asse r ;

b) il luogo dei centri delle circonferenze sezione di \mathcal{S} con il generico piano di \mathcal{F} .

Esercizio 4. Si considerino, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, le matrici

$$A = \begin{pmatrix} h & 1 & -h \\ 0 & -h & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} .$$

a) Studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità di A .

b) Per $h = 2$ determinare un sottospazio invariante di dimensione 2 sommando diretto dell'autospazio associato all'autovalore $\lambda = 2$.

Esercizio 5. a) Determinare l'equazione della parabola γ avente per diametro la retta di equazione $x - y + 2 = 0$ e passante per i punti $O = (0, 0)$, $P = (-2, 0)$ e $Q = (0, 1)$.

b) Determinare la polare del punto improprio $A_\infty = (1, -1, 0)$; di quale retta si tratta?