Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.6 del 2013

Esercizio 1. a) Al variare del parametro reale h si studi il sistema $AX = O$ con $X = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$ ed

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1+h & 1+3\,h \\ h & 0 & 2\,h \\ h-2 & 1 & 2\,h-1 \end{pmatrix}.$$

b) Determinare un vettore $b = (b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$ tale che il sistema $AX = b$ non ammetta soluzioni.

Esercizio 2. Determinare le eventuali soluzioni complesse $(z, w) \in \mathbb{C}^2$ del sistema

$$\begin{cases} 8\,w = -z^2 \\ z = w^2 \\ |\exp(w)| = \mathrm{e} \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Si determinino le equazioni della proiezione γ' dal punto $(0,0,0)$ della curva

$$\gamma : \begin{cases} x^2 - 2\,y^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \qquad \text{sul piano} \quad \pi : x + z - 1 = 0\,.$$

b) Si determinino poi le equazioni di una curva δ del piano $x + y + 2\,z - 1 = 0$ la cui proiezione, secondo la direzione dell'asse z su π, sia γ'.

Esercizio 4. Si considerino, al variare dei parametri h, $k \in \mathbb{R}$, le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ h+k & 1 & h-k \\ h-k & h-k & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determinare i valori del parametro k in funzione del parametro h in modo che le matrici corrispondenti ammettano l'autovettore $(1, -1, 0)$ e per tali matrici studiare la triangolabilita' e la diagonalizzabilita'.

b) Posto $h = -\dfrac{1}{2}$ determinare la dimensione del nucleo di A e verificare se il vettore $(1, -1, 1)$ appartiene ad $\operatorname{Im} A$.

Esercizio 5. a) Determinare l'equazione della conica γ avente per asse la retta $y = x$, tangente in $T(1, 2)$ alla retta $t : 7\,x - 2\,y - 3 = 0$ e passante per $P(1, 1)$.
b) Verificare che si tratta di un'iperbole e determinarne il centro, l'altro asse, i punti impropri e gli asintoti.
c) Determinare l'equazione del luogo dei punti la cui polare passa per $(3, -1)$.