

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:

Scritto n.5 del 2010

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema al variare dei parametri h, k :

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 3x - 3y = 1 - 2h \\ (h - 1)x + (k + 1)y + (h - 1)z = k - 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse del seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} (\exp(z))^2 + 2w \exp(z) + w^2 + 1 = 0 \\ \exp(z) - w = -1 \end{cases}$$

Esercizio 3. Si consideri la superficie $Q : (x - z + 1)^2 + 4(y - z + 1)^2 - 4(z - 2)^2 = 0$ e le due curve $\gamma_1 : \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ z = 1 \end{cases}$

e $\gamma_2 : \begin{cases} (x + 1)^2 + 4(y + 1)^2 = 16 \\ z = 0 \end{cases}$.

- a) Determinare i valori di a per cui la retta $r : \begin{cases} x = a + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ è contenuta nella superficie Q .
- b) Verificare che Q è un cono che proietta γ_1 in γ_2 e se ne determini il vertice.
- c) Determinare l'equazione cartesiana di una retta $r' \neq r$ contenuta nella superficie Q .

Esercizio 4. Data la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} h & 0 & 0 \\ h^2 + h & 0 & 1 \\ 0 & h + 1 & h \end{pmatrix}$$

- a) studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare di h ;
- b) per $h = 0$ determinare un'eventuale base ortonormale di autovettori di A .

Esercizio 5. Sono assegnati i punti $A(1, 0)$, $B(2, 1)$, $C(-2, 1)$, $D(-1, 0)$.

- a) Si scriva l'equazione del fascio di coniche passanti per i quattro punti A, B, C, D .
- b) Determinare le equazioni delle coniche degeneri del fascio.
- c) Dire se il fascio può essere scritto come combinazione lineare di p_1 e p_2 , dove p_1 e p_2 sono parabole.
- d) Scrivere l'equazione della conica γ del fascio passante per $E(0, \frac{1}{2})$ e classificarla.
- e) Scrivere l'equazione della proiettività φ del piano proiettivo che fissa punto per punto la retta $x_2 = 0$ e scambia tra loro $(2, 1, 1)$ e $(-2, 1, 1)$.
- f) Si scriva la conica γ (trovata al punto d) in coordinate omogenee e si determini l'equazione della conica γ' immagine di γ mediante φ ; classificare la conica γ' , trovandone i punti all'infinito.

Esercizio 6. Siano X ed X' variabili aleatorie indipendenti che descrivono una caratteristica comune a due "popolazioni". Supponiamo che X ed X' abbiano distribuzione entrambe con legge normale e stessa varianza e siano C e C' campioni estratti rispettivamente da X ed X' .

$$C : 5.1 \quad 4 \quad 3.9 \quad 5.4 \quad 6 \quad 4.5.$$

$$C' : 3.2 \quad 6 \quad 4 \quad 4.1 \quad 5.2 \quad 3.5.$$

Verificare l'ipotesi che X ed X' abbiano la stessa legge a livello di significatività $\alpha = 0.05$.