

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n.1 del 2010

Esercizio 1. Discutere il seguente sistema reale

$$\begin{cases} hx + y + hz = h \\ 2x + (1 - h)z = 3h \\ 2hx + y + hz = h - h^2 \end{cases}$$

Esercizio 2. Risolvere

$$\exp^2 z + (-1 + i\sqrt{3}) \exp z + |z| \left(\exp^2 z + (-1 + i\sqrt{3}) \exp z \right) = 0$$

Esercizio 3. Determinare le equazioni delle eventuali sfere tangenti al piano $\pi : x + y + z = 0$ nell'origine e intersecanti il piano $\alpha : x - y + z + 1 = 0$ in una circonferenza di raggio $\sqrt{3}$.

Esercizio 4. Si consideri la matrice reale A

$$A = \begin{pmatrix} h & h - 2 & 0 \\ 1 & h - 2 & 1 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix}$$

Al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$ si studi:

- la triangolabilità di A
- la diagonalizzabilità di A
- la dimensione di $\text{Im}(A)$.

Esercizio 5. Determinare l'equazione del fascio di coniche tangenti alla retta $x - 2y = 1$ nel punto $A(1; 0)$ e passanti per i punti $B(3; 0)$ e $C(1; -4)$. Si dica se esistono parabole nel fascio.

Esercizio 6. Sono assegnate in $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ le rette $r_1 : x_1 = 0$, $r_2 : x_2 = 0$, $r_3 : x_3 = 0$ e il punto $P(1, 5, -2)$. Determinare la proiettività φ di $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ tale che

$$\varphi(r_1) = r_2 \quad ; \quad \varphi(r_2) = r_3 \quad ; \quad \varphi(r_3) = r_1 \quad ; \quad \varphi(P) = (-2, 1, 40).$$

Si determinino i punti fissi di φ .

Esercizio 6 bis

- In un campione di 80 sfere prodotte da una ditta A si calcola un diametro medio $\bar{x}_A = 8$ mm ed uno scarto quadratico $s_A = 0,7$ mm. In un altro campione di 42 sfere prodotte da una ditta B si misura un diametro medio di $\bar{x}_B = 7,5$ mm ed uno scarto quadratico $s_B = 0,4$ mm. Determinare se, a livello di confidenza del 5 %, ci siano elementi per ritenere le due medie diverse.
- Se una popolazione X con distribuzione gaussiana ha media μ e varianza σ^2 , quali si possono ritenere la media e la varianza della variabile \bar{X} , calcolata su un campione molto numeroso? Dare un traccia della spiegazione.