

# Università di Pisa

## Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica Geometria e Algebra Lineare

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n. 7 del 2015

**Esercizio 1.** a) Si studi il seguente sistema nelle incognite  $x, y, z \in \mathbb{R}$  al variare dei parametri reali  $k, h$ :

$$\begin{cases} x - kz = 0 \\ 2x + ky = h \\ kx + y + z = -1 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Si determinino le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  del sistema

$$\begin{cases} \exp z = 2\sqrt{3} + 2i \\ |z - 2 \ln(2)| > 6\pi. \end{cases}$$

**Esercizio 3.** a) Si scrivano equazioni per la circonferenza  $\gamma$  appartenente al piano  $\pi : x - y + z = 0$ , di centro  $C_\gamma = (1, 1, 0)$  e raggio di misura  $\sqrt{2}$ .

b) Si determini il valore reale di  $k$  per cui esiste una sfera  $\mathcal{S}$  contenente  $\gamma$  ed avente centro sulla retta

$$r : \begin{cases} x - z = k \\ y - z = 3. \end{cases}$$

c) Si determini l'equazione cartesiana della sfera  $\mathcal{S}'$  tangente ad  $\mathcal{S}$  nel punto  $T(1, 0, -1)$  e passante per il punto  $P(0, -2, 0)$ .

**Esercizio 4.** Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k \\ -1 & k & 2 \\ -k & 0 & 2k + 1 \end{pmatrix}.$$

a) Si studi la triangolabilita' e diagonalizzabilita' di  $A_k$  al variare del parametro reale  $k$ .

b) Posto  $k = 0$  si consideri la matrice  $A_0$  e il sottoinsieme  $W = \{B \in M_{3,3}(\mathbb{R}) : BA_0 = B\}$ . Dire se  $W$  e' un sottospazio di  $M_{3,3}(\mathbb{R})$  e determinarne una eventuale base.

**Esercizio 5.** Si consideri il fascio  $\mathcal{F}$  di coniche di equazione cartesiana

$$\mathcal{F} : x^2 - y^2 - x + 3y + \lambda - 2 = 0.$$

Sia  $\gamma_\lambda$  la generica conica non degenera di  $\mathcal{F}$ ; al variare di  $\lambda$

a) si verifichi che  $\gamma_\lambda$  è un'iperbole;

b) si determinino i punti impropri di  $\gamma_\lambda$ ;

c) si determinino gli asintoti ed il centro di  $\gamma_\lambda$ .

d) Si determini  $\lambda$  in modo che il punto  $P(2, 0)$  sia il polo della retta  $3x + 3y = 2$ .