

Università di Pisa
Geometria e Algebra Lineare per
Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.7 del 2014

Esercizio 1. Si studi il seguente sistema lineare S al variare del parametro k :

$$S : \begin{cases} 2x - 2y + (k - 1)z = 0 \\ 2x - 2y + (k + 1)z = 1 \\ (1 - k)y - 2z = k - 2 \\ (k + 2)z = 1 - k \end{cases} .$$

b) Si determinino eventuali valori reali del parametro s tali che $\left(-\frac{3}{4}, -1, 1 - s\right)$ sia soluzione di S .

Esercizio 2. Si determinino le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\exp(z) = e w^4 w' \quad \text{con} \quad w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad , \quad w' = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} .$$

Esercizio 3. Si determini l'equazione cartesiana del cono circolare retto di vertice $V = (0, 0, 2)$ e contenente la circonferenza γ passante per i punti diametralmente opposti $O = (0, 0, 0)$ e $A = (0, 2, 2)$.

Esercizio 4. a) Si consideri la matrice $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$, con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 - h & 2 & -5 + 2h \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} ,$$

e si studi la triangolabilità e diagonalizzabilità al variare del parametro reale h .

b) Per $h = 2$ si determini una base di autovettori di A .

c) Per ogni $h \in \mathbb{R}$ si motivi l'invertibilità della matrice A ; per $h = 2$ si dimostri, senza calcolarne il polinomio caratteristico, che A^{-1} è diagonalizzabile.

Esercizio 5. a) Si determini l'equazione della parabola γ passante per il punto $A = (3, 1)$, intersecante il suo diametro $d : x - y + 1 = 0$ nel punto $B = (0, 1)$, ed avente nello stesso punto B come tangente la retta $t : x + 2y - 2 = 0$.

b) Si scriva l'equazione dell'asse della parabola.