

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n.6 del 2010

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema al variare del parametro k :

$$\begin{cases} (k-1)x + (k+1)z = 0 \\ 2x + (-k-1)y + (-k-1)z = 0 \\ kx - y + z = 1 \\ x + y - (k+2)z = -k-2 \end{cases}$$

Esercizio 2. a) Verificare che $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$.

b) Determinare le soluzioni complesse del seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} i \exp z \overline{\exp z} - \exp z = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{11} \\ |\exp z| = 1 \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Determinare l'equazione cartesiana del piano α passante per $A(1, 1, 2)$, perpendicolare al piano $y + z + 1 = 0$ e parallelo alla retta $r : \begin{cases} 3x - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$.

b) Determinare le eventuali sfere tangenti nel punto A al piano α e tangenti ulteriormente al piano $x - 3y + z - 4 = 0$.

Esercizio 4. Data la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} k & k & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ k+1 & k & k \end{pmatrix}$$

a) studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare di k ;

b) determinare i valori di k e h per cui A è simile alla matrice $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & h \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$;

c) per $h = 0$ si determini una eventuale base di autovettori per la matrice B .

Esercizio 5. a) Determinare l'equazione del fascio di coniche aventi per asse la retta $x + y = 0$, $V(-1, 1)$ come vertice e passanti per il punto $P(3, 0)$.

b) Determinare la conica γ del fascio passante per $Q(0, 1)$.

c) Verificare che γ è un'iperbole, determinandone il centro C e l'altro vertice V' .

d) Determinare il polo della retta $3x + 2y + 3 = 0$ rispetto alla conica γ .