

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n.4 del 2010

Esercizio 1. Studiare al variare del parametro reale a il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x + y + az = -a \\ x + (a+1)y + z = a+2 \\ x + y + (a+1)z = a+5 \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$\exp z + \frac{i \overline{\exp z}}{1 + \overline{\exp z}} = \frac{1}{i(1 + \overline{\exp z})}$$

Esercizio 3. a) Determinare l'equazione del cono circolare \mathcal{C} tangente alle sfere $S_1 : x^2 + y^2 + (z - 2)^2 - 4 = 0$ e $S_2 : x^2 + y^2 + (z + 4)^2 - 16 = 0$.

b) Determinare, motivando la risposta, l'equazione di un piano che intersechi \mathcal{C} in una parabola.

Esercizio 4. Data la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ k & -k-1 & 1 \\ 0 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

a) Si studi la triangolabilità e la diagonalizzabilità di A al variare del parametro k ;

b) Per $k = 2$ determinare l'autospazio relativo all'autovalore λ con $|\lambda| \neq 1$.

c) Posto $k = 1$, determinare il polinomio caratteristico delle matrici A^{15} e A^{300} .

Esercizio 5. a) Determinare la conica γ passante per $A(1,0)$, $B(0,1)$, $P(-4,-5)$ e tangente nell'origine alla conica di equazione $x^2 + 4y^2 + 2xy + x + y = 0$.

b) Verificare che γ è un'iperbole.

c) Determinare il centro e gli asintoti di γ .

Esercizio 6. Trovare un intervallo di confidenza al 95% per la media di una distribuzione normale con $\sigma = 2,6$ dato il campione

$$1,9 \quad 2,5 \quad 3 \quad 2,7 \quad 1,5.$$

Spiegare come si dovrebbe calcolare lo stesso intervallo se σ fosse incognito.