

**Università di Pisa**  
**Geometria e Algebra Lineare**  
**Ingegneria Meccanica**

Cognome e Nome:  
Corso di studi:  
Anno di iscrizione:  
Numero di matricola:  
E-mail

**Scritto n.2 del 2015**

**Esercizio 1.** a) Al variare dei parametri reali  $h$  e  $k$  studiare il seguente sistema  $S$  :

$$\begin{cases} x + y - z = -2h + k \\ hx + y - z = 1 - h \\ hx - 2y + hz = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Si risolva il sistema nelle variabili complesse  $z$  e  $w$  :

$$\begin{cases} \exp(z - w) = i \\ z + 2w = 0 \\ |z| = \frac{5}{3}\pi \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Si consideri la circonferenza  $\gamma$  di centro  $C = (1, 1, -1)$ , di raggio  $r = \sqrt{6}$  e complanare con la retta

$$s : \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t \\ z = 2t - 1 \end{cases} .$$

a) Si determinino le equazioni cartesiane delle eventuali sfere contenenti la circonferenza  $\gamma$  e tangenti al piano  $\pi : 2x + 2y + z - 9 = 0$ .

**Esercizio 4.** Si considerino, al variare del parametro  $h \in \mathbb{R}$ , la matrice reale

$$A_h = \begin{pmatrix} 0 & 1 - h & 0 \\ 1 - h & 0 & -h \\ 0 & h - 2 & 0 \end{pmatrix} .$$

a) Si studi la triangolabilità e la diagonalizzabilità di  $A_h$  al variare di  $h$ .

b) Si determini, al variare del parametro  $h$ , il nucleo dell'applicazione  $L_{A_h} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  associata alla matrice  $A$  rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$ , ed in corrispondenza un sottospazio  $W$  tale che risulti  $\ker(L_{A_h}) \oplus W = \mathbb{R}^3$ .

**Esercizio 5.** Si consideri il fascio di coniche

$$\mathcal{F} : xy - x + \lambda(x + y)(x + y - 2) = 0 ;$$

- a) si studi il fascio individuando eventuali elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio;  
b) si determini l'equazione della conica  $\gamma$  del fascio tale che la sua retta tangente nell'origine passi per il punto  $P(-4, 5)$ ;  
c) dopo aver verificato che  $\gamma$  è un'iperbole, si determinino le equazioni cartesiane dei suoi asintoti.