

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.3 del 2014

Esercizio 1. a) Al variare dei parametri reali h e k si studi il seguente sistema \mathcal{S}

$$\begin{cases} x - y + (h - 2)z = -h + 1 \\ hx + y - z = 0 \\ (h - 2)x + 3y - (2h + 1)z = k - h. \end{cases}$$

b) Si determinino i valori di h e k per cui le soluzioni del sistema costituiscono un sottospazio di \mathbb{R}^3 .

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse z dell'equazione

$$\exp(z) = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Tra le soluzioni determinate individuare quelle per cui z^n è un numero immaginario puro.

Esercizio 3. Si consideri la superficie \mathcal{Q} di equazione $x^2 + z^2 - 2xz - y + z = 0$ e la sua sezione γ con il piano $\alpha : x - y = 0$.

- Si classifichi la superficie \mathcal{Q} .
- Si classifichi la curva γ precisando la posizione di α rispetto a \mathcal{Q} .
- Si determini l'equazione cartesiana del cilindro \mathcal{Q}' avente come direttrice γ' , sezione di \mathcal{Q} con il piano $\beta : z = 1$ e generatrici parallele al vettore $d = (1, 0, 1)^T$.
- Quali sono le possibili sezioni piane di \mathcal{Q}' ?

Esercizio 4. Si considerino, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} -k & 0 & 0 \\ k & 1 - k & 1 \\ -k & 1 & -1 + k \end{pmatrix}$$

- Studiare la triangolabilità e diagonalizzabilità al variare dei parametri k .
- Determinare i valori di k per cui esiste una matrice ortogonale Q tale che $Q^T A Q$ sia una matrice diagonale e determinare in corrispondenza una matrice ortogonale Q .

Esercizio 5. Si consideri il fascio di coniche generato dalle coniche $\gamma_1 : y^2 - x = 0$ e $\gamma_2 : xy - 3y + 2 = 0$ per il quale consideriamo l'equazione

$$y^2 - x + \lambda(xy - 3y + 2) = 0.$$

- Studiare γ_1 e γ_2 .
- Determinare i punti base del fascio propri ed impropri.
- Classificare, al variare di λ , le coniche del fascio.
- Determinare un'eventuale iperbole avente un asintoto parallelo alla retta $r : 2x - 3y = 0$.