

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:  
Corso di studi:  
Anno di iscrizione:  
Numero di matricola:  
E-mail

### Scritto n.1 del 2014

**Esercizio 1.** Si studi il seguente sistema al variare dei parametri reali  $k, h$

$$\begin{cases} x + ky = 0 \\ kx + 2z = k \\ ky = k \\ x = h. \end{cases}$$

**Esercizio 2.** a) Si determini il valore del numero reale  $t$  per cui si ha  $(2 + it)^2 = 3 - 4i$ .  
b) Si determinino le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^5 = 81 \bar{z} \\ z^2 - (4 + i)z + 3(1 + i) = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Tra i coni circolari retti che contengono la circonferenza  $\gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 1 \end{cases}$  e che intersecano il piano  $\pi : z = 2$  in una circonferenza passante per il punto  $A(0, 1, 2)$ , si determini l'equazione di quello avente il vertice  $V$  appartenente al semispazio  $z > 2$ .

**Esercizio 4.** Si considerino, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} 2k + 2 & -k - 1 & -2 \\ 0 & k + 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare del parametro reale  $k$ .
- Determinare i valori di  $k$  per cui la matrice  $A$  ammette un autovalore con molteplicità algebrica uguale a 3.
- Determinare i valori dei parametri reali  $h$  e  $k$  tali che le matrici  $(A - hI)$  siano nilpotenti e determinarne l'indice di nilpotenza.

**Esercizio 5.** a) Si determini l'equazione cartesiana della conica  $\gamma$  avente centro in  $C(0, 1)$ , tangente in  $T(2, 1)$  alla retta  $y = x - 1$  e passante per il punto  $Q(2, -3)$ .  
b) Considerato il diametro di  $\gamma$  passante per  $Q$ , si determinino coordinate del suo polo.