

Università di Pisa
Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale,
Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail:

Scritto n.5 del 2012

Esercizio 1. a) Studiare il seguente sistema al variare dei parametri reali h e k :

$$\begin{cases} x + (h - 1)y + hz = k \\ x - y + (h - 1)z = k \\ x - y - z = 1 - h \\ hy + z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. a) Risolvere l'equazione complessa

$$\exp(z) = e \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right).$$

b) Calcolare $\exp \left(1 + \left(x + \frac{\pi}{6} \right) i \right)$ con $x \in \mathbb{R}$ e determinare eventuali valori di x tali che $1 + \left(x + \frac{\pi}{6} \right) i$ sia soluzione dell'equazione di cui al punto a).

Esercizio 3. Scrivere le equazioni delle sfere tangenti al piano $\alpha : x - 2y - 2z = 0$, intersecanti la retta $r : x = y = z$ in una corda di lunghezza $2\sqrt{2}$, aventi centro sul piano $x = 0$ e distante $\sqrt{2}$ da r .

Esercizio 4. Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} 2h & -3 & 0 \\ h & 0 & 0 \\ 0 & h & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di A al variare del parametro reale h .
b) Per $h = 4$ si determini l'autospazio associato all'autovalore di modulo minimo.
c) Per $h = 4$ si determini $\text{Im}(A^5)$.
d) Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow \mathbb{R}_2[t]$ la cui matrice associata rispetto alla base $\{1, t, t^2\}$ di $\mathbb{R}_2[t]$ coincide con A per $h = 4$. Si calcoli l'immagine del generico vettore $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ e si determini la controimmagine dell'autospazio associato all'autovalore di modulo minimo.

Esercizio 5. a) Studiare il fascio di coniche passanti per $P = (-1, 0)$, aventi per asse la retta $x = y$ e come diametro passante per P la retta $x - 2y + 1 = 0$.

Determinare:

- b) gli eventuali elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio;
c) l'equazione della conica γ passante per $T = (-3, 0)$ e l'equazione della retta tangente a γ in T ;
d) il polo del diametro di γ passante per T .