

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n. 4 del 2012

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema al variare del parametro reale h :

$$\begin{cases} x - hy - z = -3 \\ hx + y + z = 1 \\ x + hy + z = 1 \\ hy + z = h \end{cases}$$

Esercizio 2. Si risolva il sistema nelle variabili complesse z e w :

$$\begin{cases} \exp z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z - 2w = \frac{\pi}{4}i \\ \pi < |w| < 9\pi \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Scrivere l'equazione del cono \mathcal{C} di rotazione avente come asse la retta $a : \begin{cases} x = -1 \\ z = 0 \end{cases}$, come vertice il punto $V = (-1, 2, 0)$ e passante per il punto $A = (1, 0, 2)$.
b) Scrivere le equazioni delle eventuali rette appartenenti al piano $x = 3$ e parallele ad una generatrice del cono.

Esercizio 4. Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} h+1 & h+1 & 0 \\ 0 & h-2 & 0 \\ h-2 & h+1 & h+1 \end{pmatrix}$$

a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di A al variare del parametro reale h .
b) Per $h = 2$ si determini l'autospazio associato ad un autovalore non nullo.
c) Per $h = 2$ si determini $\text{Im } A$; si determini inoltre un eventuale vettore che appartenga a $\ker A^2$ e non appartenga a $\ker A$.

Esercizio 5. a) Determinare l'equazione della parabola γ avente per asse la retta di equazione $x + y = 0$, il vertice nell'origine e passante per il punto $(0, -2a)$, con $a \neq 0$.
b) Determinare le coordinate dei punti aventi per polare, rispetto a γ , le rette di equazione $x - y = 2a$ e $x - y = -2a$.
c) Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera γ' che abbia centro in $C = (1, 1)$, un asintoto parallelo all'asse di γ e che passi per $P = (3, -4)$.