

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

E-mail

Scritto n.2 del 2012

Esercizio 1. a) Studiare il seguente sistema al variare dei parametri reali h, k :

$$\begin{cases} hx - y + hz = -1 \\ kx - hy = 1 \\ x + y + z = h \end{cases}$$

b) Determinare le soluzioni del sistema per $h = 0$ e $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse del seguente sistema

$$\begin{cases} (\exp(z))^5 = 1 \\ \text{Im}(\exp(z)) < 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Determinare le sfere tangenti alla retta $t : \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y - 2z = -1 \end{cases}$ e contenenti

$$\gamma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

b) Tra le sfere trovate in a) sia S^* quella avente raggio minimo; determinare il raggio della circonferenza sezione di S^* con un piano avente distanza $d = \frac{1}{2}$ dal centro C^* di S^* .

Esercizio 4. Data la matrice reale

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & -k & k \\ 2 & 2 - k & k - 4 \\ 1 & 1 - k & k - 2 \end{pmatrix},$$

a) studiarne triangolabilità e diagonalizzabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$;

b) individuare eventuali valori di k per cui la matrice A_k è nilpotente;

c) per $k = 0$ e $k = -1$ determinare una base di $\text{Im}(A_k) \cap \text{Ker}(A_k)$.

Esercizio 5. E' dato il fascio di coniche

$$(x + y)^2 - 1 + \lambda(x + 1)^2 = 0.$$

a) Determinare i valori di λ per cui la conica è un'iperbole.

b) Per tali valori determinare le coordinate del centro e le equazioni degli asintoti.

c) Determinare l'insieme dei punti (x, y) del piano per cui esiste un'unica iperbole del fascio passante per essi.