

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n.7 del 2010

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema al variare del parametro k :

$$\begin{cases} k^2 x + (2 - k)y = 6 - k \\ kx + (k - 1)y + z = k \\ kx + (3k - 2)y + 3z = 2k + 3 \end{cases}$$

Esercizio 2. a) Trovare le soluzioni (w, z) della seguente equazione:

$$w^3 \exp z - (1 + i)w^3 + \exp z - (1 + i) = 0$$

b) Dire se $(w, z) = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{5}{4}\pi i \right)$ è soluzione dell'equazione precedente.

Esercizio 3. Determinare il luogo costituito dai centri delle sfere tangenti all'asse z e alla retta

$$r : \begin{cases} x = y \\ z = 0 \end{cases}$$

verificando che si tratta dell'unione di due piani.

Esercizio 4. a) Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a + 1 & a + 1 & a + 1 \\ b - 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare tra esse quelle che ammettono l'autovalore 1.

b) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di queste ultime.

c) Per $a = -1$ determinare gli eventuali valori di k affinché $(1, 1 + k, -2)^T$ sia autovettore di A .

Esercizio 5. Si consideri il fascio di coniche tangenti alla retta $t : x - y + 2 = 0$ nel punto $T(-1, 1)$ e passanti per l'origine e per il punto $A(1, 1)$.

a) Determinare le eventuali parabole del fascio.

b) Determinare la conica γ passante per $B(-3, 0)$, verificando che si tratta di un'iperbole.

c) Determinare gli asintoti di γ .

d) Si determini il polo rispetto a γ della retta parallela a $3x - 9y + 8 = 0$ e passante per il punto $T(-1, 1)$.