

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

### Scritto n.6 del 2010

**Esercizio 1.** Studiare il seguente sistema al variare del parametro  $k$ :

$$\begin{cases} (k-1)x + (k+1)z = 0 \\ 2x + (-k-1)y + (-k-1)z = 0 \\ kx - y + z = 1 \\ x + y - (k+2)z = -k-2 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** a) Verificare che  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{11} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ .

b) Determinare le soluzioni complesse del seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} i \exp z \overline{\exp z} - \exp z = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{11} \\ |\exp z| = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 3.** a) Determinare l'equazione cartesiana del piano  $\alpha$  passante per  $A(1, 1, 2)$ , perpendicolare al piano  $y + z + 1 = 0$  e parallelo alla retta  $r : \begin{cases} 3x - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ .

b) Determinare le eventuali sfere tangenti nel punto  $A$  al piano  $\alpha$  e tangenti ulteriormente al piano  $x - 3y + z - 4 = 0$ .

**Esercizio 4.** Data la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} k & k & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ k+1 & k & k \end{pmatrix}$$

a) studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare di  $k$ ;

b) determinare i valori di  $k$  e  $h$  per cui  $A$  è simile alla matrice  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & h \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;

c) per  $h = 0$  si determini una eventuale base di autovettori per la matrice  $B$ .

**Esercizio 5.** a) Determinare l'equazione del fascio di coniche aventi per asse la retta  $x + y = 0$ ,  $V(-1, 1)$  come vertice e passanti per il punto  $P(3, 0)$ .

b) Determinare la conica  $\gamma$  del fascio passante per  $Q(0, 1)$ .

c) Verificare che  $\gamma$  è un'iperbole, determinandone il centro  $C$  e l'altro vertice  $V'$ .

d) Determinare il polo della retta  $3x + 2y + 3 = 0$  rispetto alla conica  $\gamma$ .