

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n.3 del 2010

Esercizio 1. Discutere, al variare dei parametri reali h, k , il seguente sistema nelle incognite x, y :

$$\begin{cases} x + (1 - k)y = k + 2h + 1 \\ kx - ky = 1 - h \\ x + (1 - k)y = k + 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse del seguente sistema nelle incognite z, w :

$$\begin{cases} \exp z \cdot \exp w = -1 + i \\ \exp z + \exp w = -1 - 2i \end{cases}$$

Esercizio 3. In un riferimento $\mathcal{R} = \mathcal{R}(O, x, y, z)$:

- scrivere l'equazione della circonferenza γ passante per i tre punti $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ e $C(0, 0, 1)$, determinandone centro e raggio;
- determinare l'equazione del cono che proietta la circonferenza γ dall'origine O .

Esercizio 4. Si consideri la matrice reale A

$$A = \begin{pmatrix} 2k + 2 & k & -k \\ 0 & 2 + 3k & -k \\ 0 & -2 - k & 3k + 4 \end{pmatrix}$$

- studiare triangolarità e diagonalizzabilità al variare di k ;
- trovare gli eventuali valori di k per cui A è nilpotente.

Esercizio 5. Si consideri il fascio individuato dalle coniche γ_1, γ_2 di equazioni, rispettivamente, $\gamma_1 : 2x^2 + y^2 - x - 6y + 2 = 0$ e $\gamma_2 : x^2 - y = 0$.

- Determinare le eventuali circonferenze del fascio.
- Determinare le eventuali parabole del fascio.
- Per le eventuali parabole trovate nel punto b) calcolare la direzione dei loro assi di simmetria e le coordinate del vertice.

Esercizio 6. Si considerino le coniche γ_k e ϕ_k di equazione, rispettivamente

$$\gamma_k : 3x^2 + 3y^2 + (k - 3)xy + (-3k - 9)x + (-3k - 9)y + 9k + 11 = 0 ;$$

$$\phi_k : x^2 + 4y^2 - 2(2k + 1)x - 24ky + 44k - 4 = 0$$

con k parametro reale. Determinare eventuali valori di k per cui γ_k e ϕ_k hanno lo stesso centro.

Esercizio 6 bis. Una macchina produce delle bottiglie di policarbonato il cui spessore viene dichiarato essere in media di $\mu = 3,8$ mm. Viene estratto un campione di 6 bottiglie e viene trovato uno spessore medio di 3,99 mm ed uno scarto quadratico $s = 0,25$ mm.

- Si può concludere che lo spessore delle bottiglie prodotte dalla macchina è diverso da 3,8 mm al livello di significatività $\alpha = 0,1$?
- Quanto dovrebbe essere il valore massimo per s per poter ritenere che μ è diversa da 3,8 mm?
- Costruire il test sulla media con varianza incognita, ipotizzando che un eventuale cambiamento possa avvenire solo in aumento della media stessa.