

9-1-2015

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	B	C	B	A	A	C	B	C
II	B	B	C	A	C	C	B	C

Si ricorda che le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate, risposte non giustificate non saranno considerate valide.

ESERCIZIO 1.[6]

Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \min(x^2, y^2)$$

- [1+eventuali] f è una funzione continua? è differenziabile in tutti i punti? è differenziabile in $(0, 0)$?
- [1] Si calcoli il sup di f . Ci sono minimi locali di f ?
- [2] Si consideri la curva $\gamma(t) = \begin{pmatrix} t \sin t \\ t \cos t \end{pmatrix}$. Calcolare se esiste il limite $\lim_{t \rightarrow \infty} f(\gamma(t))$.
- [1] Si considerino gli insiemi $C_l = \{f(x, y) = l\}$. Per quali valori di $l \geq 0$ questi sono curve regolari in ogni loro punto?
- [2] Si determini se esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $f(x, y) \leq c\sqrt{x^2 + y^2}$.
- [3] Si consideri adesso la successione di funzioni $f_n(x, y) = \frac{1}{n}f(x, y)$. Questa ha un limite puntuale? Converte uniformemente su \mathbb{R}^2 ? Converte uniformemente su qualche insieme illimitato?

ESERCIZIO 2. [4]

- Si calcoli il volume del solido S costituito dai punti che soddisfano le seguenti condizioni

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq y^2\}$$

- Si calcoli $\int_D \min(x^2, y^2) dx dy$, dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$.

ESERCIZIO 3. [3]

Un'azienda organizza due progetti, A e B . Si stima che la probabilità che A abbia successo sia di $\frac{3}{4}$; la probabilità che B abbia successo sia di $\frac{1}{2}$; la probabilità che entrambi i progetti abbiano successo sia di $\frac{7}{16}$.

- La riuscita dei due progetti può essere considerata indipendente?
- Quale è la probabilità che almeno uno dei progetti abbia successo?
(si risponda spiegando con cura i passaggi fatti)