

① Le curve di livello della funzione

① $f(x,y) = -2x^2 - 2y^2 + 3x - 4y + 3$ sono: ☒ (D)

② $f(x,y) = x^2 + 3y^2 - 3x + y - 1$ sono: ☒ (D)

③ $f(x,y) = 5x^2 - y^2 + 3x - 2y + 4$ sono: ☒ (D)

④ $f(x,y) = -x^2 - 2y^2 + x + y - 2$ sono: ☒ (D)

A) ellissi B) circonferenze C) iperbole d) nessuna delle queste

② Il gradiente della funzione

① $f(x,y) = x + y + x\sqrt[7]{y^4}$ nell'origine $O(0,0)$ è: ☒ (A)

A) $(1, 1)$ B) $(1, 0)$ C) non esiste ☒ D) NDA

② $f(x,y) = x + y + \sqrt[7]{y^4}$ nell'origine $O(0,0)$ è: ☒ (C)

③ $f(x,y) = 2x - y + 3y\sqrt[5]{x^3}$ nell'origine $O(0,0)$ è ☒ (B)

A) $(0, -1)$ B) $(2, -1)$ C) non esiste ☒ D) NDA

④ $f(x,y) = 2x - y + 3\sqrt[5]{x^3}$ nell'origine $O(0,0)$ è ☒ (C)

③ Si calcoli il valore del seguente integrale $\int_C ds$, dove

① $f: x^2 + y^2 + x + y = 0$ dal p. $O(0,0)$ al p. $A(-1,-1)$ in senso orario ☒ (B)

② $f: x^2 + y^2 - x + y = 0$ dal p. $O(0,0)$ al p. $A(1,-1)$ in senso antiorario ☒ (B)

③ $f: x^2 + y^2 - x - y = 0$ dal p. $O(0,0)$ al p. $A(1,1)$ in senso orario ☒ (B)

④ $f: x^2 + y^2 + x - y = 0$ dal p. $O(0,0)$ al p. $A(-1,1)$ in senso antiorario ☒ (B)

A) $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$

B) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

C) $\pi\sqrt{2}$

☒ D) NDA

(4) Si calcoli il valore del seguente integrale:

I) $\iint_D (x^2y + |x|y - x^2y^3 + 1) dx dy$ dove $D: [-2, 2] \times [-1, 1]$ (C)

II) $\iint_D (x^2y^3 - x|y| + x^4y - 1) dx dy$ dove $D: [-1, 1] \times [-2, 2]$ (A)

III) $\iint_D (2x|y|^3 - x^2y + xy^4 + 1) dx dy$ dove $D: [-2, 2] \times [-1, 1]$ (C)

IV) $\iint_D (xy^4 - x^2y - |y|x^3 - 1) dx dy$ dove $D: [-1, 1] \times [-2, 2]$ (A)

A) -8 B) 8π C) 8 D) NDA

(5) Si consideri il seguente campo in $\mathbb{R}^3$:

I) $\vec{F}(x, y, z) = y\vec{e}_1 - x\vec{e}_2 + |z|\vec{e}_3$ e il dominio

$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid |x-3| \leq 1; |y+2| \leq 1; |z| \leq 1\}$. Si calcoli il flusso di $\vec{F}$ (B)

A) 2 B) 0 C) 8 D) NDA

II) $\vec{F}(x, y, z) = z\vec{e}_1 + |y|\vec{e}_2 + x\vec{e}_3$

$D: |x+1| \leq 1; |y| \leq 1; |z-2| \leq 1$ (B)

III) $\vec{F}(x, y, z) = |x|\vec{e}_1 + z\vec{e}_2 - x\vec{e}_3$

$D: |x| \leq 1; |y+1| \leq 1; |z-4| \leq 1$ (B)

IV) $\vec{F}(x, y, z) = -z\vec{e}_1 + |y|\vec{e}_2 + 2x\vec{e}_3$

$|x-3| \leq 1, |y| \leq 1, |z+2| \leq 1$ (B)

(6) Si consideri la seguente equazione differenziale autonoma.

(I) $y' = \frac{y^2 - 4}{y^2 + 4}$

Quale delle seguenti è vera?

A) il punto -2 è un punto fisso ~~instabile~~ ^{stabile}

(A)

B) il punto +1 è un punto fisso ~~stabile~~ ^{instabile}

C) il punto 2 è un punto fisso stabile

D) NDR

(II) $y' = \frac{y^2 - 9}{y^2 + 9}$

A) -3 è instabile

B) -1 è stabile

C) 3 è instabile (C)

(III) $y' = \frac{y^2 - 1}{y^2 + 1}$

A) 1 è stabile

B) -1 è instabile

C) -2 è stabile

D) NDR

(D)

(IV) $y' = \frac{y^2 - 16}{y^2 + 16}$

A) -4 instabile

B) -1 stabile

C) 4 instabile (C)

D) NDR

7) Trovare il dominio di convergenza e puntuale della seguente serie

A) $B(-\infty; +\infty)$

A) $\mathbb{R} = \{0\}$

B) $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$

C) $\mathbb{R} = [-1; 1)$

D) N.D.D.

I) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (x^4 + \cos^2 x + 1)}{3n+7}$ (B)

II) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{x^2 + \sin^4 x + 1}{5n+3}$ (D)

III) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (x^2 + 2\cos^2 x + 3)}{7n+2}$ (B)

IV) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{x^2 + \sin^6 x + 1}{9n+11}$ (D)

8) Un'urna contiene (a) palline bianche e (b) rosse. Un'altra contiene (c) palline bianche e (d) rosse. Scegliamo a caso un'urna e preleviamo 2 palline. Qual'è la probabilità

I) $a=1$ $b=4$ $c=3$ $d=1$ tutte e due sono bianche
A) 0,3 B) $\frac{1}{3}$ C) 0,25

II) $a=1$ $b=4$ $c=3$ $d=1$ tutte e due sono rosse
A) 0,3 B) $\frac{1}{3}$ C) 0,25

III) $a=1$ $b=5$ $c=4$ $d=1$ bianche
A) 0,3 B) $\frac{1}{3}$ C) 0,25

IV) $a=1$ $b=5$ $c=4$ $d=1$ rosse
A) 0,3 B) $\frac{1}{3}$ C) 0,25

= 5 =

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	Q	A	B	C	B	A	B	C
II	Q	C	B	A	B	C	Q	A
III	Q	A	B	C	B	Q	B	A
IV	Q	C	B	A	B	C	Q	B

Es. 1 (2+2+2+5) Sia

$$f(x,y) = e^{2x-x^2-y^2}$$

a) Trovare i punti stazionari di f e dire se si tratta di massimi o minimi locali o punti di sella.

b) Trovare

$$\inf_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x,y) \text{ e } \sup_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x,y)$$

c) Verificare che il punto $A(1,0,e)$ ~~è~~

$\in S: \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / z = f(x,y)\}$ e determinare il piano tangente a S in $P(1,0,e)$

d) Si consideri il seguente campo in $\mathbb{R}^3$:

$$\vec{F}(x,y,z) = x\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + f(x,y)\vec{e}_3 \text{ e}$$

il dominio $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 \leq z; z \leq 1\}$

Si calcoli il flusso di $\vec{F}$ sul bordo $\partial\Omega$.

Es. 2 ~~(4+4+4)~~ (4+1+1) Si consideri il seguente campo in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{F} = y \cdot h(x) \vec{e}_1 + h(x) \vec{e}_2 \text{ dove } h(x) \in C^1(\mathbb{R})$$

a) Trovare la funzione $h(x)$ tale che

~~il~~ il campo sia conservativo e $h(0)=1$

~~il campo è~~

b) Verificare se la funzione è un'unica.

c) Calcolare il ^{valore del} lavoro fatto dal campo lungo

la curva γ , dove γ è: $3x^2 + y^2 - x - 3y = 0$ in senso
antiorario.

=6=

Es. 3/ ⁽¹⁺²⁺¹⁺¹⁾ Sia X una variabile aleatoria con densità

$$f(x) = \begin{cases} a \sin 2x & x \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}$$

- Trovare la costante a .
- Determinare la funzione di ripartizione di X .
- Calcolare $E[X]$.
- Calcolare $P(\frac{\pi}{6} \leq X \leq \frac{\pi}{3})$.