

Corso di Ingegneria Biomedica - Algebra Lineare
Compito I, 11-2-2012

Risposta giusta=3 punti. Risposta sbagliata=-1 punti. La soluzione va consegnata compilata in modo univocamente comprensibile.

1 -Si calcoli la dimensione dell'immagine dell'applicazione lineare $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ associata alla seguente matrice $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$,. Il risultato è:

- A- 1
- B- 2
- C- * 3
- D- 4

2 - Si calcolino gli autovalori della seguente $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$,

- A- $\{2, 3, 4\}$
- B- $\{1, 3, 4\}$
- C- * $\{1, 3, 5\}$
- D- Nessuna di queste.

3 - Si calcoli l'autovettore relativo all'autovalore minore, della matrice proposta all'esercizio 4

- A- * $\begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix}$
- B- $\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{vmatrix}$
- C- $\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$
- D- Nessuna di queste

4-Si determini una base del nucleo della seguente matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$:

A- $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

B- $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

C- $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

D- nessuna di queste.

5-Si consideri il seguente sistema $Ax = y$ con $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, e $y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ Quale delle

seguenti è vera?

A- \square Il sistema ha un' unica soluzione

B- \square Il sistema ha uno spazio di soluzioni di dimensione 1

C- \square Il sistema ha uno spazio di soluzioni di dimensione 2

D- \square * Il sistema non ha soluzioni.

2 - Calcolare l'inversa di $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, inverse: .

A- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

B- $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\}$

C- $\begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

D- nessuna di queste

COMPITO I – Nome :; Cognome :

ESERCIZIO 1 (7 pt)

- Si determini se la matrice $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ è diagonalizzabile sui reali e si trovi C , tale che $A = CDC^{-1}$ con D matrice diagonale.
- Determinare una matrice B tale che $B^2 = A$. (dunque, in un certo senso $B = \sqrt{A}$).

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

Se $B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$, allora

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}. \end{aligned} \tag{0.1}$$

COMPITO I – Nome : _____; Cognome : _____

ESERCIZIO 2 (7 pt)

Si consideri l'insieme $P_2(t)$ dei polinomi (reali) in t aventi grado minore o uguale a 2 con la base $\{1, t, t^2\}$.

Si consideri $A : P_2(t) \rightarrow P_2(t)$ tale che

$$A(p) = p(0) + tp(1)$$

- A è una applicazione lineare?

-Scrivere la matrice relativa ad A per la base $\{1, t, t^2\}$

-Si consideri $V = \{p \in P_2(t) | A(p) = t^2\}$. V è un sottospazio vettoriale?