

Andare controvento in barca a vela

E. Paolini

24 gennaio 2001

Dunque, innanzitutto ho trovato un interessante articolo che parla di barche e di pesci. È un articolo di J. E. Taylor che si occupa dello studio dei cristalli.

In questo articolo la Taylor riporta il grafico 1, che rappresenta la velocità in funzione dell'angolo rispetto al vento, di una tipica barca a vela. Questa curva viene chiamata "polare". Il grafico va interpretato così. Il vento viene da nord.

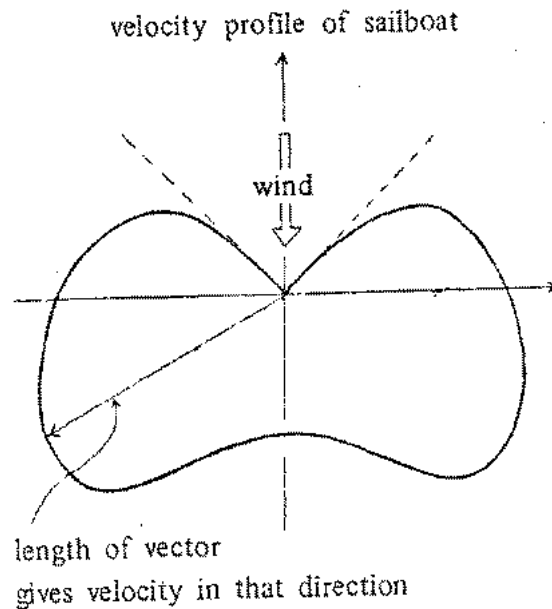


Figura 1:

La velocità massima a cui puoi andare con la tua barca a vela dipende dunque dalla direzione in cui ti vuoi muovere. Se v è un vettore centrato nell'origine e con la punta sulla curva, allora v rappresenta la velocità massima che puoi raggiungere nella direzione individuata da v . Ad esempio da questo grafico si deduce che se vuoi andare a nord, o in una direzione compresa tra le due righe tratteggiate, allora la tua velocità sarà zero. Però se vai a nord-est o nord-ovest (a circa 45 gradi) hai una certa velocità.

Le regate che ha fatto Luna Rossa si svolgevano in questo modo. Viene fissata una boa di poppa, poi viene messa la boa di bolina esattamente nella direzione da cui proviene il vento (diciamo nord). Le barche devono quindi

andare dalla boa di poppa alla boa di bolina controvento (bolina), poi girano attorno alla boa e ritornano alla boa di poppa col vento a favore (poppa). Tutto questo viene ripetuto tre volte, ma ora non ci interessa.

Il fatto è che se vuoi andare dalla partenza alla boa, non puoi a nord (direzione del vento) perché la tua velocità sarebbe nulla. Per avere una velocità con la massima componente verticale (controvento) devi andare nella direzione che ho segnato come “direzione ottimale bolina” (o la sua simmetrica rispetto all’asse verticale) nella figura 2.

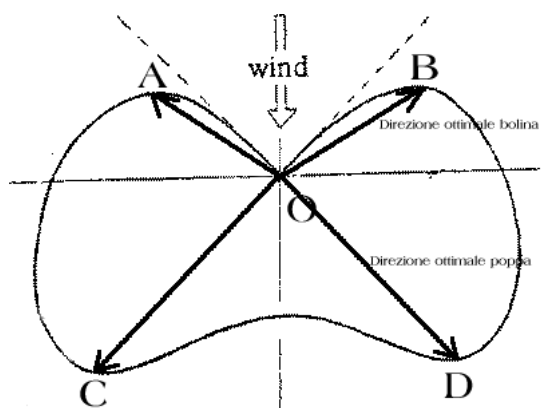


Figura 2:

Dunque ti converrà muoverti sempre nelle due direzioni ottimali A o B. In questo caso infatti non è la retta il percorso più breve tra le due boe, ma hai infinite possibilità. Eccone alcune nel disegno 3. Effettivamente nelle regate

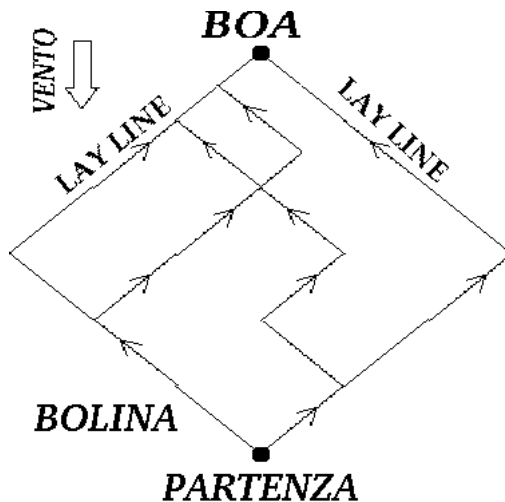


Figura 3:

si vedono percorsi di questo tipo. Le “lay-line” sono le due rette con angolo ottimale che passano dalla boa, e che quindi non conviene superare.

Al ritorno, sceglierai la “direzione ottimale poppa” C o D , che ti permette di fare il percorso in meno tempo che andando sempre dritti a sud. L’angolo ottimale di poppa è più stretto di quello di bolina, come si ricava dalla prima figura. Tutto questo è confermato dalle regate di Luna Rossa.

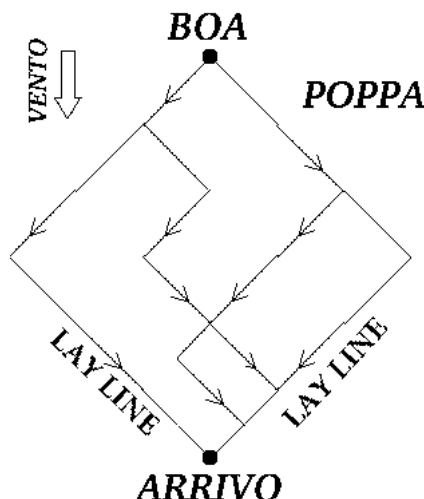


Figura 4:

Nota. Il fatto che le rette non siano (in questo caso) il percorso più breve deriva dal fatto che il diagramma delle velocità (la prima figura) non è convesso. Ad esempio, normalmente (per un veicolo a motore) il diagramma delle velocità sarebbe un cerchio, perché ci si può muovere con uguale velocità in tutte le direzioni.

Ora però la domanda cruciale è, come si ricava il primo grafico? Come è possibile che ci si possa muovere con una velocità che ha una componente contraria alla direzione del vento (come hai visto non ci si può muovere in direzione esattamente opposta a quella del vento).

Proviamo a darne una spiegazione un po’ semplicistica. Supporremo che la vela sia esattamente piatta, e che la barca sia ferma. In realtà il fatto che la vela non sia piatta (e che di vele ce n’è più d’una) garantisce una spinta addizionale dovuta all’effetto “ala” (lo stesso che tiene in volo gli aerei). Questo effetto in certi casi è addirittura preponderante rispetto alla pura spinta del vento ma essendo più difficile da modellizzare lo tralascieremo. È a causa di questa semplificazione che la “polare” che otterremo analiticamente non presenta le due gobbe nel lato di poppa. L’altro effetto che trascuriamo è quello del vento apparente. Infatti quando la barca acquista una certa velocità la velocità reale del vento si compone con la velocità della barca risultando in un “vento apparente” che tenderà ad essere spostato verso prua e ad aumentare l’intensità (se si sta andando contro vento).

Mettiamo dunque di volerci muovere con direzione α rispetto al vento. Dobbiamo decidere con che angolo β orientare la vela rispetto al vento.

Innanzitutto la pressione esercitata dal vento sulla vela è proporzionale a $\sin \beta$. Dunque la vela eserciterà sull’albero una forza F con direzione perpendi-

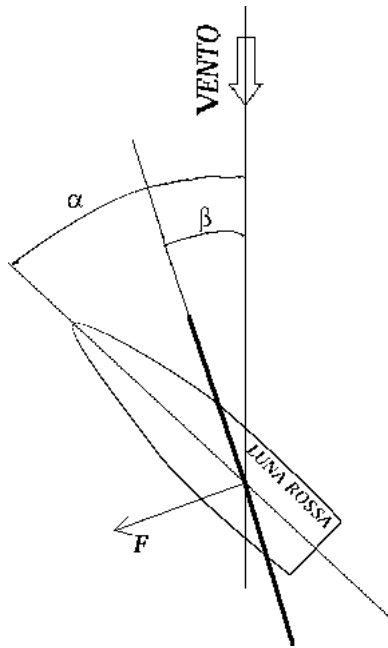


Figura 5:

colare alla vela e modulo proporzionale a $\sin \beta$. D'altra parte, siccome la barca non si può muovere lateralmente, ma solo in avanti (bisogna pensarla su una rotaia), bisogna scomporre la forza F e tenerne solo la componente lungo la direzione α . Ottieni dunque una spinta proporzionale a $\sin \beta \sin(\alpha - \beta)$.

Ora, dato α bisognerà scegliere β in modo da ottenere la velocità massima. Beh, basta fare la derivata rispetto a β , per massimizzare la funzione:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta} \sin \beta \sin(\alpha - \beta) &= \cos \beta \sin(\alpha - \beta) - \sin \beta \cos(\alpha - \beta) \\ &= \sin((\alpha - \beta) - \beta) = \sin(\alpha - 2\beta) = 0. \end{aligned}$$

Il massimo si avrà dunque per $\beta = \alpha/2$, cosa piuttosto plausibile. Dunque con questo ragionamento si ottiene che la funzione velocità massima in funzione dell'angolo dovrebbe essere

$$v(\alpha) = \sin^2(\alpha/2).$$

Se proviamo a fare un diagramma di questa funzione otteniamo il grafico 6

Un'ultima considerazione che può chiarire forse ancor più le idee è la seguente. Quando la barca si muove di bolina (controvento), mentre la barca avanza contro vento, il piano che contiene la vela viene invece spinto nella direzione del vento (figura 7).

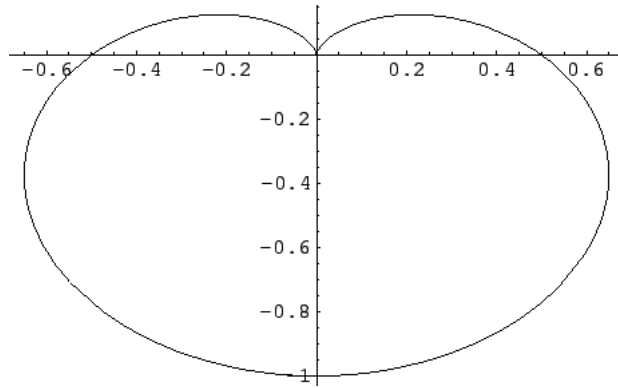


Figura 6:

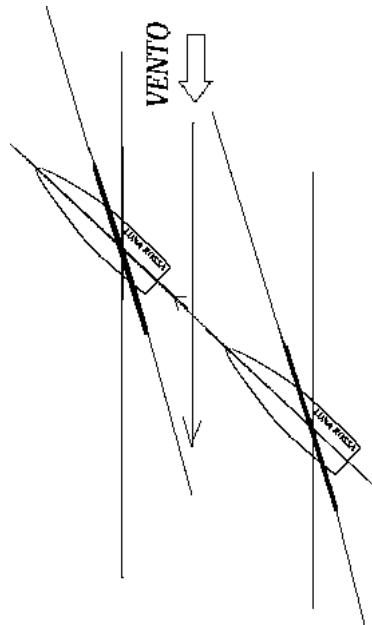


Figura 7: