

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 2

Laurea in Fisica, a.a. 2023/24  
Università di Pisa

14 giugno 2024

1. Si consideri la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \sin a_n, \\ a_0 = 2024. \end{cases}$$

- (a) Determinare, se esiste, il limite della successione  $a_n$ .  
(b) Determinare il raggio di convergenza della serie di potenze  $\sum a_n x^n$ .  
(c) Dire se la serie  $\sum a_n$  è convergente.
2. Calcolare l'area della regione

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \arctg x, x \leq \cos y\}.$$

3. Si consideri la soluzione  $u = u(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = \frac{1}{2u - 3u^2}, \\ u(0) = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

definita sull'intervallo massimale di esistenza.

- (a) Dimostrare che  $u$  è strettamente crescente;  
(b) scrivere la funzione inversa  $x = x(u)$ ;  
(c) determinare l'intervallo massimale su cui  $u$  è definita.