

# Analisi Matematica A-B

## Prova scritta n.4

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

8 settembre 2023

1. Si consideri la funzione  $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \sin^2 x - x^2 \sqrt{\cos x}.$$

- (a) Dire se il punto  $x_0 = 0$  è un massimo o minimo locale.  
(b) Dimostrare che esiste  $x \in (0, \frac{\pi}{2}]$  tale che  $f(x) = 0$ .
2. (a) Dimostrare che per ogni  $x \in (0, e^2)$  si ha

$$2\sqrt{x} > e \ln x.$$

- (b) Dire se il seguente integrale converge o diverge

$$\int_0^{e^2} \frac{1}{2\sqrt{x} - e \ln x} dx.$$

3. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'''' = u + 1.$$