

Analisi Matematica A e B

Prova scritta n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23
Università di Pisa

5 giugno 2023

1. Dire per quali $\alpha > 0$ la seguente serie è convergente

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}} - e^{\cos \frac{1}{n}}}{\log \cos \frac{1}{n^\alpha}}.$$

2. Dimostrare che per ogni $\alpha > 0$ e ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\int_0^{+\infty} x^{2n+1} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{n!}{2\alpha^{n+1}}.$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(x) = (u^2(x) - 4) \cdot x^3, \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Tracciare un grafico qualitativo della soluzione.