

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2021/22  
Università di Pisa

31 maggio 2022

1. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_0 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{1}{2+a_n}. \end{cases}$$

Determinare, se esiste, il limite della successione  $a_n$  nei casi:

- (a)  $\alpha = 10$ ;
- (b)  $\alpha = -10$ .

2. Posto

$$F(x) = \int_2^x \left( 1 - \frac{\sin^2 t}{t^2} \right) dt$$

- (a) verificare che la funzione è ben definita per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ;
- (b) studiare la monotonia di  $F$ ;
- (c) dire se  $F$  ha un asintoto orizzontale o obliquo per  $x \rightarrow +\infty$ ;
- (d) per ogni  $k \in \mathbb{N}$  dire quanti sono i punti di flesso nell'intervallo  $(0, k\pi)$ .

3. Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{x}{u} \cdot \sqrt{1 - u^4} \\ u(0) = \alpha. \end{cases}$$

Trovare le soluzioni, specificando l'intervallo massimale di esistenza, nei casi:

- (a)  $\alpha = 1$ ,
- (b)  $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .