

Analisi Matematica

Prova scritta n. 4

Corso di laurea in Fisica, 2020-2021

10 settembre 2021

1. Dire per quali valori di α, β, γ reali e positivi converge la serie

$$\sum_n \frac{(n^3 + \ln^\alpha n - \operatorname{arctg} n) \sin \frac{\pi}{n^\beta}}{e^{\frac{2}{n}} \ln^\gamma n}$$

2. Scrivere tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u' + 2xu = x.$$

Dire se esiste $y_0 \in \mathbb{R}$ tale che la soluzione con dato di Cauchy $u(0) = y_0$ tende a 0 per $x \rightarrow +\infty$

Dire se esiste $y_0 \in \mathbb{R}$ tale che la soluzione con dato di Cauchy $u(0) = y_0$ è costante.

3. Dire per quali valori di α e β risulta convergente l'integrale

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{(1+x)^\beta x^\alpha} dx.$$

Calcolare esplicitamente l'integrale per $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = 1$.