

# Analisi Matematica

## Prova scritta parziale n. 3

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

29 aprile 2020

1. Trovare le soluzioni dell'equazione

$$u'' + 2u' + u = \frac{\ln x}{e^x}$$

2. Trovare le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = 2(x+1)\sqrt[3]{u^2} \\ u(1) = 0 \end{cases}$$

Scrivere le soluzioni di classe  $C^\infty$ . Ci sono altre soluzioni? (nel caso descriverle brevemente).

(più difficile) Determinare l'insieme

$$\{u(-2) : u \text{ soluzione del problema di Cauchy}\}.$$

3. Studiare, al variare del parametro  $p > 0$ , la convergenza semplice e la convergenza assoluta dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\pi x) \cdot \ln x}{x^p} dx.$$

Per quali  $p > 0$  c'è convergenza assoluta? Per quali  $p > 0$  c'è convergenza semplice ma non assoluta?

(Facoltativo) Cosa succede per  $p \leq 0$ ?