

Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 1

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

19 dicembre 2019

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta della seguente serie al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_k \frac{1 - x^k \cdot \ln k}{k \cdot \ln(x^2 + k)}.$$

2. Si consideri la seguente serie dipendente dal parametro $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^k \cdot (\sqrt{k} - 2)}{\sqrt{k!}}.$$

- (a) Dimostrare che per ogni $x \in \mathbb{R}$ la serie è convergente;
(b) calcolare la somma della serie per $x = 2$.
3. Si consideri la seguente successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_0 = \alpha, \\ a_{n+1} = a_n^2 - a_n + \frac{3}{4}. \end{cases}$$

- (a) al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare (se esiste) il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$;
(b) nel caso $\alpha = 2019/2020$ dimostrare che $|2 \cdot a_5 - 1| < 10^{-9}$.