

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Fisica, 2017-2018

9 luglio 2018

1. Si consideri per  $\alpha = 1, 2, 5, 8$  la seguente funzione  $F_\alpha: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$F_\alpha(x) = \int_{x^3}^x \frac{\sin \sqrt[3]{t}}{|t|^{\frac{\alpha}{6}}} dt.$$

Dire se  $F_\alpha$  può essere estesa per continuità a tutto  $\mathbb{R}$  e in tal caso verificare se l'estensione è di classe  $C^1$ .

2. Sia  $a_n = (\ln n)(\operatorname{arctg} n)(1 - \cos \frac{1}{n})$ . Studiare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$ , la convergenza semplice e la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n^\alpha.$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x-3)^2 y' = x(y-1), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

specificando l'intervallo massimale di esistenza della soluzione.