

**Analisi Matematica II** – CdL Fisica e Astrofisica  
Secondo appello - 30 Marzo 2015

**Esercizio 1.** Disegnare l'insieme

$$E := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \min\{\sqrt{3}(2-x), \sqrt{3}\} \right\}$$

e determinare gli estremi assoluti della funzione  $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = |x - 1|(y - 1)^2$ .

Calcolare  $\int_E f(x, y) dx dy$ .

**Esercizio 2.** Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{10} \frac{\exp(-nx)}{\log\left(2 + \frac{x^3 + \sqrt{x}}{n}\right)} dx.$$

Giustificare la risposta!

**Esercizio 3.** Calcolare l'area della superficie (catenoide di rotazione)

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = \cosh^2 z, z \in [-1, 1]\}.$$

**Esercizio 4.** Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali dipendente da un parametro  $p$ :

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = px + y. \end{cases}$$

Per  $p = 0$  si trovino le soluzioni e se ne descriva le traiettorie nel piano  $(x, y)$ . Al variare del parametro  $p \neq 0$  determinare se le soluzioni descrivono un nodo, una sella o un fuoco. Per quali valori di  $p$  le soluzioni sono asintoticamente stabili?