

Analisi Matematica II – CdL Fisica e Astrofisica
Primo appello - 12 Gennaio 2015

Esercizio 1. Disegnare l'insieme

$$E := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, |y| \geq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\}$$

e determinare gli estremi assoluti della funzione $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 - y^2 + \frac{3}{2}x^3.$$

Esercizio 2. Con riferimento all'esercizio precedente calcolare

$$\int_E f(x, y) \, dx \, dy \quad \text{e} \quad \int_{\partial E} f \, ds.$$

Esercizio 3. Sia

$$\xi(x, y, z) = \frac{(x, y, z)}{x^2 + y^2 + z^2}$$

un campo vettoriale definito per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$.

Calcolare l'integrale di volume:

$$\int_E \operatorname{div} \xi$$

dove

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2\}.$$

Esercizio 4. Risolvere l'equazione differenziale

$$u^2 \log t + t^2 u' = tu.$$

Trovare in particolare la soluzione che soddisfa la condizione $u(1) = 2$. Esiste una soluzione che soddisfa la condizione $u(2) = 0$?