

**Analisi Matematica I** – CdL Fisica e Astrofisica  
Prima prova scritta parziale - 14 Novembre 2013

**Esercizio 1.** Determinare insieme derivato, estremo superiore ed inferiore ed eventuali massimo e minimo dell'insieme

$$A = \left\{ \frac{2n-3}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Esercizio 2.** Calcolare

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow e} \frac{\log \frac{x}{e}}{x - e}$$
$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow e} (\log x)^{\frac{x}{x^2 - e^2}}$$

**Esercizio 3.** Al variare del parametro reale positivo  $x$  determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{x^n + 4^n}$$

Nel caso  $x = 8$  quanti termini devo sommare per approssimare la somma della serie con un errore inferiore ad  $\frac{1}{100}$ ?

**Esercizio 4.** Siano  $f, g: [2, +\infty) \rightarrow [2, +\infty)$  due funzioni tali che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1.$$

Dimostrare o confutare (con opportuni esempi) le seguenti affermazioni.

- a) Se  $f$  ha un asintoto orizzontale, anche  $g$  ha un asintoto orizzontale.
- b) Se  $f$  ha un asintoto obliquo, anche  $g$  ha un asintoto obliquo.
- c) Si ha

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log f(x)}{\log g(x)} = 1.$$