

Matematica I

seconda prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

11 febbraio 2013

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$1 + 8x^2 \log x = 0.$$

2. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = xy^3 - y^3 - xy + 2y$$

e specificarne la natura.

3. Sia ϕ l'applicazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Dire se ϕ è iniettiva e determinare ϕ .
(b) Trovare la dimensione e una base di $\text{Ker}\phi$, $\text{Im}\phi$.
(c) Determinare un sottospazio W di \mathbb{R}^4 tale che $\dim W = 2$ e $\dim \phi(W) = 1$.

4. Sia A la matrice del precedente esercizio e $\underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (a) Trovare l'insieme $S \subseteq \mathbb{R}^4$ delle soluzioni del sistema lineare $A\underline{x} = \underline{b}$.
(b) Trovare un vettore $\underline{b}' = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ tale che il sistema lineare $A\underline{x} = \underline{b}'$ abbia ∞^2 soluzioni.