

# Matematica I

## Prima prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

10 gennaio 2013

**\*\*AAAA\*\***

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\log(1 + x^2) = x.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(x^4)} - 1}{x^2 - x \sin x}.$$

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 0 \\ -3x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

scrivere la matrice dei coefficienti  $A$  e la matrice completa del sistema. Calcolare il determinante di  $A$  e di  $A^2$ . Dire se  $A$  è invertibile e in tal caso calcolare l'inversa di  $A$ . Risolvere il sistema lineare dato e il sistema omogeneo associato.

4. Sia  $V = \langle \{(1, 2, 0, 1), (0, 1, -1, 1), (1, 0, 2, -1)\} \rangle$  sottospazio di  $\mathbb{R}^4$ . Determinare la dimensione di  $V$ , una base  $\mathcal{B}$  di  $V$  e scrivere il generico vettore di  $v$ . Dire se i vettori  $v_1 = (1, 0, -1, 1)$  e  $v_2 = (1, 0, -2, -1)$  stanno in  $V$ . Trovare, se possibile, un vettore non nullo  $v \in V$  con la quarta coordinata nulla e determinare le coordinate di tale  $v$  rispetto alla base  $\mathcal{B}$ . Trovare un'altra base  $\mathcal{B}_1$  di  $V$ . Trovare, se possibile, un'applicazione lineare iniettiva da  $\mathbb{R}^2$  in  $V$  e una da  $V$  in  $\mathbb{R}^2$ .

# Matematica I

## Prima prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

10 gennaio 2013

**\*\*BBBB\*\***

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\log(1 + x^2) = 1 - x.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x - \sin x)}{(1 - e^{(x^2)})^2}.$$

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ -3x_1 + x_2 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

scrivere la matrice dei coefficienti  $A$  e la matrice completa del sistema. Calcolare il determinante di  $A$  e di  $A^2$ . Dire se  $A$  è invertibile e in tal caso calcolare l'inversa di  $A$ . Risolvere il sistema lineare dato e il sistema omogeneo associato.

4. Sia  $V = \langle \{(-1, -2, 0, -1), (0, -1, 1, -1), (1, 0, 2, 1)\} \rangle$  sottospazio di  $\mathbb{R}^4$ . Determinare la dimensione di  $V$ , una base  $\mathcal{B}$  di  $V$  e scrivere il generico vettore di  $v$ . Dire se i vettori  $v_1 = (0, -3, 3, 1)$  e  $v_2 = (1, -1, -3, -1)$  stanno in  $V$ . Trovare, se possibile, un vettore non nullo  $v \in V$  con la prima e la quarta coordinata nulla e determinare le coordinate di tale  $v$  rispetto alla base  $\mathcal{B}$ . Trovare un'altra base  $\mathcal{B}_1$  di  $V$ . Trovare, se possibile, un'applicazione lineare iniettiva da  $\mathbb{R}^2$  in  $V$  e una da  $V$  in  $\mathbb{R}^2$ .

# Matematica I

## Prima prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

10 gennaio 2013

**\*\*CCCC\*\***

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\log(1 + x^2) = x - 1.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{(x^4)}}{x^2 - x \sin x}.$$

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - 2z = 0 \\ -3x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

scrivere la matrice dei coefficienti  $A$  e la matrice completa del sistema. Calcolare il determinante di  $A$  e di  $A^2$ . Dire se  $A$  è invertibile e in tal caso calcolare l'inversa di  $A$ . Risolvere il sistema lineare dato e il sistema omogeneo associato.

4. Sia  $V = \langle \{(1, 2, 0, -1), (0, 1, -1, -1), (1, 0, 2, 1)\} \rangle$  sottospazio di  $\mathbb{R}^4$ . Determinare la dimensione di  $V$ , una base  $\mathcal{B}$  di  $V$  e scrivere il generico vettore di  $v$ . Dire se i vettori  $v_1 = (1, 0, -1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, -2, 1)$  stanno in  $V$ . Trovare, se possibile, un vettore non nullo  $v \in V$  con la quarta coordinata nulla e determinare le coordinate di tale  $v$  rispetto alla base  $\mathcal{B}$ . Trovare un'altra base  $\mathcal{B}_1$  di  $V$ . Trovare, se possibile, un'applicazione lineare iniettiva da  $\mathbb{R}^2$  in  $V$  e una da  $V$  in  $\mathbb{R}^2$ .

# Matematica I

## Prima prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

10 gennaio 2013

**\*\*DDDD\*\***

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\log(1 + x^2) = -x.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x - \sin x)}{(e^{x^2} - 1)^2}.$$

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -3x_1 + x_2 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

scrivere la matrice dei coefficienti  $A$  e la matrice completa del sistema. Calcolare il determinante di  $A$  e di  $A^2$ . Dire se  $A$  è invertibile e in tal caso calcolare l'inversa di  $A$ . Risolvere il sistema lineare dato e il sistema omogeneo associato.

4. Sia  $V = \langle \{(-1, -2, 0, 1), (0, -1, 1, 1), (1, 0, 2, -1)\} \rangle$  sottospazio di  $\mathbb{R}^4$ . Determinare la dimensione di  $V$ , una base  $\mathcal{B}$  di  $V$  e scrivere il generico vettore di  $v$ . Dire se i vettori  $v_1 = (0, -3, 3, -1)$  e  $v_2 = (1, -1, -3, 1)$  stanno in  $V$ . Trovare, se possibile, un vettore non nullo  $v \in V$  con la prima e la quarta coordinata nulla e determinare le coordinate di tale  $v$  rispetto alla base  $\mathcal{B}$ . Trovare un'altra base  $\mathcal{B}_1$  di  $V$ . Trovare, se possibile, un'applicazione lineare iniettiva da  $\mathbb{R}^2$  in  $V$  e una da  $V$  in  $\mathbb{R}^2$ .