

Analisi Matematica 2 e complementi

Programma d'esame

CdS Ingegneria chimica, elettrica ed energetica

a.a. 2009–2010

Calcolo differenziale per funzioni in più variabili. Lo spazio \mathbb{R}^n : struttura vettoriale, prodotto scalare, norma, distanza. La disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, la disuguaglianza triangolare. Topologia su \mathbb{R}^n . Limiti di successioni. Funzioni di più variabili. Limiti di funzione. Funzioni continue. Teorema di Weierstrass. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Teorema della permanenza del segno. Derivate direzionali. Derivate parziali. Teorema di Schwarz. Differenziabilità. Piano tangente. Gradiente. Teorema del differenziale. Derivata della funzione composta. Matrice jacobiana. Curve di livello e linee di flusso. Il teorema del Dini. Matrice hessiana e classificazione dei punti critici. Massimi e minimi interni al dominio. Massimi e minimi vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Calcolo integrale per funzioni di più variabili. Integrale di Riemann sui rettangoli. Formula di riduzione sui rettangoli. Integrale su domini qualunque. Misura di Peano-Jordan. Formule di riduzioni sui domini normali. Teorema della media integrale. Cambio di variabili, determinante jacobiano. Coordinate polari.

Integrali curvilinei. Curve semplici, chiuse, regolari, continue. Lunghezza di una curva. Teorema di rettificabilità. Integrali curvilinei. Cambi di parametrizzazione. Lunghezza d'arco.

Forme differenziali. Campi vettoriali e forme differenziali. Integrale di linea. Forme differenziali esatte, chiuse. Caratterizzazione delle forme esatte. Forme chiuse in un rettangolo. Forme chiuse ma non esatte. Domini semplicemente connessi.

Integrali di superficie. Prodotto vettore. Jacobiano di una trasformazione. Integrali di superficie. Flusso di un campo vettoriale. Formula della divergenza (Gauss-Green) e del rotore (Stokes).

Successioni e serie di funzioni. Convergenza puntuale e uniforme. Distanza e norma uniforme. Teorema di continuità del limite. Criterio di Cauchy uniforme. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teorema di scambio del limite con la derivata. Serie di funzioni. Convergenza puntuale e uniforme. Convergenza totale. Criterio di Cauchy.

Studio qualitativo delle equazioni differenziali. Equazioni differenziali ordinarie. Equazioni in forma normale. Riduzione al primo ordine. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità locale. Soluzione massimale. Asintoti verticali. Esistenza globale. Asintoti orizzontali. Equazioni e sistemi autonomi. Punti stazionari: stabili, asintoticamente stabili, instabili. Integrale primo. Sistemi autonomi lineari a coefficienti costanti in due variabili. Nodo,

fuoco, centro, nodo improprio. Teorema di linearizzazione.

Analisi complessa. Numeri complessi, somma, prodotto, modulo, argomento, esponenziale, logaritmo. Successioni di numeri complessi, successioni e serie di funzioni complesse. Convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale. Serie di potenze. Raggio di convergenza. Criterio di Hadamard. Teorema di Abel. Applicazioni \mathbb{R} -lineari e \mathbb{C} -lineari. Derivata complessa. Condizioni di Cauchy-Riemann. Funzioni olomorfe. Integrale di linea di una funzione olomorfa. Formula di Cauchy. Analiticità delle funzioni olomorfe. Formula di Cauchy per le derivate successive. Estensione delle funzioni analitiche. Singolarità isolate: singolarità eliminabili, poli semplici, poli di ordine n , singolarità essenziali. Residui. Formula per il calcolo dei residui nei poli di ordine n . Teorema dei residui. Lemma del grande cerchio. Lemma del piccolo cerchio. Lemma di Jordan. Serie bilatere. Teorema di Laurent. Teorema di Liouville. Sviluppo in fratti semplici.

La trasformata di Laplace. Cenni sull'integrale di Lebesgue: teoremi di Beppo Levi, Fatou, Lebesgue. La trasformata di Laplace. Derivata della trasformata. Proprietà della trasformata. Trasformata della derivata. Trasformata di funzioni periodiche. Risoluzione delle equazioni lineari a coefficienti costanti mediante trasformata.