

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 6

Ingegneria, a.a. 2009-2010

19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

codice compito: CBDC BADB DAAC

**1.** La funzione  $f(x, y) = x^2 + y^2 - x^3$  nel punto  $(0, 0)$  (A) non ha un punto critico, (B) ha punto sella, (C) ha un punto di minimo, (D) ha un punto di massimo.

**2.** La funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto  $(0, 0)$  è

(A) derivabile ma non differenziabile, (B) differenziabile, (C) né continua né derivabile, (D) continua ma non derivabile.

**3.** Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x \leq 1, y \leq x\}$ . Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A)  $\frac{1}{3}$ , (B)  $\frac{1}{4}$ , (C) 1, (D)  $\frac{1}{2}$ .

**4.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in  $(0, 0)$

(A) un fuoco, (B) un centro, (C) un nodo, (D) un punto sella.

**5.** L'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{z-1}{z^5+1} dz$$

con  $\gamma(t) = 2e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , vale

(A)  $2\pi i$ , (B)  $10\pi i$ , (C) 0, (D)  $4\pi i$ .

**6.** La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è  
(A)  $\frac{1}{s(s+1)}$ , (B)  $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$ , (C)  $\frac{e}{s+1}$ , (D)  $\frac{1}{s^2}$ .

**7.** Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che  $y(x)$

(A) non è monotona, (B) è strettamente decrescente, (C) è strettamente crescente, (D) è costante.

**8.** Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di  $\nabla f(x, y)$  per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ?

(A)  $(0, x)$ , (B)  $(y, 1)$ , (C)  $(-y, x)$ , (D)  $(y, x)$ .

**9.** Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $-1$ , (B)  $2\pi i$ , (C)  $\sqrt{2}$ , (D)  $i$ .

**10.** La trasformata di Laplace della funzione  $f(t) = t^2 e^t \sin t$  ha ascissa di convergenza

(A)  $-1$ , (B)  $-\infty$ , (C) 0, (D) 1.

**11.** La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su tutto  $\mathbb{R}$ , (B) su  $(-\infty, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ , (C) su  $[-1, 1]$  ma non su tutto  $(-\infty, 1]$ , (D) su  $[-1, 0]$  ma non su  $[-1, 1]$ .

**12.** Lo sviluppo di Taylor in  $z_0 = 0$  della funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - 2}{z^2 + 2}$$

ha raggio di convergenza

(A) 1, (B)  $\sqrt{2}$ , (C) infinito, (D) 2.

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 6

Ingegneria, a.a. 2009-2010

19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

codice compito: DDCB DACC AABB

**1.** La funzione  $f(x, y) = x^2 - y^2 + y^3$  nel punto  $(0, 0)$  (A) ha un punto di minimo, (B) ha punto sella, (C) ha un punto di massimo, (D) non ha un punto critico.

**2.** La funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto  $(0, 0)$  è

(A) né continua né derivabile, (B) derivabile ma non differenziabile, (C) continua ma non derivabile, (D) differenziabile.

**3.** Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x \leq 1, y \leq x\}$ . Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A)  $\frac{1}{3}$ , (B)  $\frac{1}{4}$ , (C)  $\frac{1}{2}$ , (D) 1.

**4.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in  $(0, 0)$

(A) un centro, (B) un punto sella, (C) un fuoco, (D) un nodo.

**5.** L'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{z-1}{z^5+1} dz$$

con  $\gamma(t) = 2e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , vale

(A)  $4\pi i$ , (B) 0, (C)  $2\pi i$ , (D)  $10\pi i$ .

**6.** La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^t - 1}$$

è  
(A)  $\frac{1}{s^2}$ , (B)  $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$ , (C)  $\frac{1}{s(s+1)}$ , (D)  $\frac{e}{s+1}$ .

**7.** Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(1-y)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che  $y(x)$

(A) non è monotona, (B) è strettamente decrescente, (C) è costante, (D) è strettamente crescente.

**8.** Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di  $\nabla f(x, y)$  per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ?

(A)  $(0, x)$ , (B)  $(y, 1)$ , (C)  $(y, x)$ , (D)  $(-y, x)$ .

**9.** Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $-1$ , (B)  $i$ , (C)  $2\pi i$ , (D)  $\sqrt{2}$ .

**10.** La trasformata di Laplace della funzione  $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$  ha ascissa di convergenza

(A)  $-\infty$ , (B) 0, (C)  $-1$ , (D) 1.

**11.** La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su  $(-\infty, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ , (B) su  $[-1, 1]$  ma non su tutto  $(-\infty, 1]$ , (C) su  $[-1, 0]$  ma non su  $[-1, 1]$ , (D) su tutto  $\mathbb{R}$ .

**12.** Lo sviluppo di Taylor in  $z_0 = 0$  della funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - 2}{z^2 + 2}$$

ha raggio di convergenza

(A) infinito, (B) 1, (C) 2, (D)  $\sqrt{2}$ .

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 6

Ingegneria, a.a. 2009-2010

19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte: 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

codice compito: BDCD ADBC AABC

**1.** La funzione  $f(x, y) = xy - x^2y$  nel punto  $(0, 0)$   
(A) ha un punto di minimo, (B) ha un punto di massimo,  
(C) ha punto sella, (D) non ha un punto critico.

**2.** La funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto  $(0, 0)$  è

(A) né continua né derivabile, (B) derivabile ma non differenziabile, (C) continua ma non derivabile, (D) differenziabile.

**3.** Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x \leq 1, y \leq x\}$ . Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A)  $\frac{1}{4}$ , (B)  $\frac{1}{2}$ , (C) 1, (D)  $\frac{1}{3}$ .

**4.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in  $(0, 0)$

(A) un centro, (B) un fuoco, (C) un punto sella, (D) un nodo.

**5.** L'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{z-1}{z^5+1} dz$$

con  $\gamma(t) = 2e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , vale

(A)  $2\pi i$ , (B)  $4\pi i$ , (C) 0, (D)  $10\pi i$ .

**6.** La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è  
(A)  $\frac{1}{s(s+1)}$ , (B)  $\frac{1}{s^2}$ , (C)  $\frac{e}{s+1}$ , (D)  $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$ .

**7.** Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x-1)^2(y-1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che  $y(x)$

(A) non è monotona, (B) è strettamente decrescente, (C) è costante, (D) è strettamente crescente.

**8.** Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di  $\nabla f(x, y)$  per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ?

(A)  $(-y, x)$ , (B)  $(y, x)$ , (C)  $(y, 1)$ , (D)  $(0, x)$ .

**9.** Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $-1$ , (B)  $i$ , (C)  $2\pi i$ , (D)  $\sqrt{2}$ .

**10.** La trasformata di Laplace della funzione  $f(t) = t^2 e^t \sin t$  ha ascissa di convergenza

(A) 0, (B) 1, (C)  $-\infty$ , (D)  $-1$ .

**11.** La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su tutto  $\mathbb{R}$ , (B) su  $[-1, 0]$  ma non su  $[-1, 1]$ , (C) su  $[-1, 1]$  ma non su tutto  $(-\infty, 1]$ , (D) su  $(-\infty, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ .

**12.** Lo sviluppo di Taylor in  $z_0 = 0$  della funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - 2}{z^2 + 2}$$

ha raggio di convergenza

(A)  $\sqrt{2}$ , (B) 1, (C) infinito, (D) 2.

# Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 6

Ingegneria, a.a. 2009-2010

19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

codice compito: CDAB CBCB AADD

**1.** La funzione  $f(x, y) = x^2 + y^2 - x^3$  nel punto  $(0, 0)$  (A) non ha un punto critico, (B) ha punto sella, (C) ha un punto di massimo, (D) ha un punto di minimo.

**2.** La funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto  $(0, 0)$  è

(A) né continua né derivabile, (B) differenziabile, (C) continua ma non derivabile, (D) derivabile ma non differenziabile.

**3.** Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x \leq 1, y \leq x\}$ . Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A) 1, (B)  $\frac{1}{3}$ , (C)  $\frac{1}{2}$ , (D)  $\frac{1}{4}$ .

**4.** Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in  $(0, 0)$

(A) un punto sella, (B) un centro, (C) un nodo, (D) un fuoco.

**5.** L'integrale

$$\int_{\gamma} \frac{z-1}{z^5+1} dz$$

con  $\gamma(t) = 2e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , vale

(A)  $4\pi i$ , (B)  $2\pi i$ , (C)  $10\pi i$ , (D) 0.

**6.** La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è  
(A)  $\frac{1}{s^2}$ , (B)  $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$ , (C)  $\frac{1}{s(s+1)}$ , (D)  $\frac{e}{s+1}$ .

**7.** Sia  $y(x)$  la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che  $y(x)$

(A) è costante, (B) è strettamente decrescente, (C) non è monotona, (D) è strettamente crescente.

**8.** Sia  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di  $\nabla f(x, y)$  per ogni  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ?

(A)  $(-y, x)$ , (B)  $(y, 1)$ , (C)  $(y, x)$ , (D)  $(0, x)$ .

**9.** Calcolare  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$  con  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

(A)  $\sqrt{2}$ , (B)  $2\pi i$ , (C)  $i$ , (D)  $-1$ .

**10.** La trasformata di Laplace della funzione  $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$  ha ascissa di convergenza

(A)  $-\infty$ , (B) 1, (C)  $-1$ , (D) 0.

**11.** La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente

(A) su  $[-1, 0]$  ma non su  $[-1, 1]$ , (B) su  $(-\infty, 1]$  ma non su tutto  $\mathbb{R}$ , (C) su tutto  $\mathbb{R}$ , (D) su  $[-1, 1]$  ma non su tutto  $(-\infty, 1]$ .

**12.** Lo sviluppo di Taylor in  $z_0 = 0$  della funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - 2}{z^2 + 2}$$

ha raggio di convergenza

(A) infinito, (B) 1, (C)  $\sqrt{2}$ , (D) 2.