Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:												

codice compito: `BADA ADBC CDBC`

1. La funzione $f(x,y) = x^4 + 2xy + y^2$ nel punto $(0,0)$
(A) ha un punto di massimo, **(B)** ha un punto di minimo, **(C)** non ha un punto critico, **(D)** ha punto sella.

2. La funzione $f(x,y) = \sqrt{x^4 + y^2}$, nel punto $(0,0)$ è
(A) continua ma non derivabile, **(B)** differenziabile, **(C)** derivabile ma non differenziabile, **(D)** non continua.

3. Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [0,1], y \in [0,1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q xy\,dx\,dy$$

(A) 2, **(B)** $\frac{1}{4}$, **(C)** 0, **(D)** 1.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
(A) un centro, **(B)** un fuoco, **(C)** un nodo, **(D)** un punto sella.

5. Sia
$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$
Allora per $z \to 0$
(A) $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, **(B)** $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$, **(C)** $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, **(D)** $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è
(A) $\dfrac{1}{s^2}$, **(B)** $\dfrac{1}{s(s+1)}$, **(C)** $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(D)** $\dfrac{e}{s+1}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) è costante, **(B)** è strettamente decrescente, **(C)** è strettamente cresente, **(D)** non è monotona.

8. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x,y)$ per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(0,x)$, **(B)** $(-y,x)$, **(C)** (y,x), **(D)** $(y,1)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) non è analitica, **(B)** ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, **(C)** ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$, **(D)** è analitica ma non olomorfa.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^t \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) 1, **(B)** 0, **(C)** $-\infty$, **(D)** -1.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su $[-1,0]$ ma non su $[-1,1]$, **(B)** su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su $(-\infty,1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** su $[-1,1]$ ma non su tutto $(-\infty,1]$.

12. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x,y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \le 1$$

possiamo affermare che
(A) $f_y(x,0) \ne 0$ per ogni $x < 1$, **(B)** $f_y(x,0) = 0$ per ogni $x < 1$, **(C)** $f_y(1,0) = 0$, **(D)** $f_y(1,0) \ne 0$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:												

codice compito: `ACCD ACDB ABDB`

1. La funzione $f(x, y) = x^4 - 2xy + y^2$ nel punto $(0, 0)$
(A) non ha un punto critico, **(B)** ha un punto di minimo, **(C)** ha punto sella, **(D)** ha un punto di massimo.

2. La funzione $f(x, y) = |x + y^2|$, nel punto $(0, 0)$ è
(A) non continua, **(B)** differenziabile, **(C)** continua ma non derivabile, **(D)** derivabile ma non differenziabile.

3. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q 2x + 3y^2\, dx\, dy$$

(A) $\frac{1}{4}$, **(B)** 0, **(C)** 1, **(D)** 2.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$
(A) un punto sella, **(B)** un nodo, **(C)** un centro, **(D)** un fuoco.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \to 0$
(A) $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, **(B)** $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$, **(C)** $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, **(D)** $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è
(A) $\dfrac{e}{s+1}$, **(B)** $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(C)** $\dfrac{1}{s^2}$, **(D)** $\dfrac{1}{s(s+1)}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(1-y)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) è costante, **(B)** non è monotona, **(C)** è strettamente cresente, **(D)** è strettamente decrescente.

8. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(y, 1)$, **(B)** (y, x), **(C)** $(-y, x)$, **(D)** $(0, x)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, **(B)** ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$, **(C)** non è analitica, **(D)** è analitica ma non olomorfa.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) $-\infty$, **(B)** 0, **(C)** 1, **(D)** -1.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(B)** su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, **(D)** su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$.

12. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \le 1$$

possiamo affermare che
(A) $f_y(1, 0) = 0$, **(B)** $f_y(x, 0) \neq 0$ per ogni $x < 1$, **(C)** $f_y(1, 0) \neq 0$, **(D)** $f_y(x, 0) = 0$ per ogni $x < 1$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

risposte: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

codice compito: BBCA BDCD ADAC

1. La funzione $f(x,y) = x^4 - 2xy - y^2$ nel punto $(0,0)$
(A) ha un punto di massimo, **(B)** ha un punto di minimo, **(C)** ha punto sella, **(D)** non ha un punto critico.

2. La funzione $f(x,y) = \sqrt{x^4 + y^2}$, nel punto $(0,0)$ è
(A) differenziabile, **(B)** continua ma non derivabile, **(C)** derivabile ma non differenziabile, **(D)** non continua.

3. Sia $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x \in [0,1], y \in [0,1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q 2x - 3y^2 \, dx \, dy$$

(A) 0, **(B)** $\frac{1}{4}$, **(C)** 1, **(D)** 2.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
(A) un punto sella, **(B)** un fuoco, **(C)** un nodo, **(D)** un centro.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \to 0$
(A) $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, **(B)** $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, **(C)** $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$, **(D)** $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è
(A) $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(B)** $\dfrac{1}{s(s+1)}$, **(C)** $\dfrac{1}{s^2}$, **(D)** $\dfrac{e}{s+1}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x-1)^2(y-1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) è strettamente decrescente, **(B)** è costante, **(C)** è strettamente cresente, **(D)** non è monotona.

8. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x,y)$ per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(0,x)$, **(B)** $(y,1)$, **(C)** (y,x), **(D)** $(-y,x)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, **(B)** è analitica ma non olomorfa, **(C)** non è analitica, **(D)** ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^t \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) 1, **(B)** $-\infty$, **(C)** 0, **(D)** -1.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su $[-1,0]$ ma non su $[-1,1]$, **(D)** su $[-1,1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$.

12. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x,y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \leq 1$$

possiamo affermare che
(A) $f_y(1,0) = 0$, **(B)** $f_y(x,0) \neq 0$ per ogni $x < 1$, **(C)** $f_y(1,0) \neq 0$, **(D)** $f_y(x,0) = 0$ per ogni $x < 1$.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 1
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 giugno 2010

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome | nome | matricola

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:												

codice compito: `DCAB BADB CDAC`

1. La funzione $f(x, y) = x^4 + 2xy + y^2$ nel punto $(0, 0)$ **(A)** ha punto sella, **(B)** non ha un punto critico, **(C)** ha un punto di massimo, **(D)** ha un punto di minimo.

2. La funzione $f(x, y) = |x + y^2|$, nel punto $(0, 0)$ è **(A)** differenziabile, **(B)** derivabile ma non differenziabile, **(C)** continua ma non derivabile, **(D)** non continua.

3. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$. Calcolare

$$\iint_Q xy\,dx\,dy$$

(A) $\frac{1}{4}$, **(B)** 0, **(C)** 1, **(D)** 2.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$
(A) un punto sella, **(B)** un centro, **(C)** un nodo, **(D)** un fuoco.

5. Sia

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}.$$

Allora per $z \to 0$
(A) $f(z) = z + \frac{z^2}{6} + o(z^2)$, **(B)** $f(z) = \frac{1}{z} + z + o(z)$, **(C)** $f(z) = \frac{1}{z^2} + \frac{1}{2z} + o(z)$, **(D)** $f(z) = 1 + \frac{z}{2} + o(z)$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è
(A) $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(B)** $\dfrac{1}{s^2}$, **(C)** $\dfrac{e}{s+1}$, **(D)** $\dfrac{1}{s(s+1)}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) è strettamente decrescente, **(B)** è costante, **(C)** non è monotona, **(D)** è strettamente cresente.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(-y, x)$, **(B)** $(y, 1)$, **(C)** (y, x), **(D)** $(0, x)$.

9. La funzione complessa

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{z^k}{|k|!}$$

(A) ha una singolarità eliminabile in $z_0 = 0$, **(B)** ha una singolarità essenziale in $z_0 = 0$, **(C)** è analitica ma non olomorfa, **(D)** non è analitica.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) 1, **(B)** -1, **(C)** 0, **(D)** $-\infty$.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, **(B)** su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(C)** su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$.

12. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile. Sapendo che

$$f(x, y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ e } x \leq 1$$

possiamo affermare che
(A) $f_y(x, 0) \neq 0$ per ogni $x < 1$, **(B)** $f_y(x, 0) = 0$ per ogni $x < 1$, **(C)** $f_y(1, 0) = 0$, **(D)** $f_y(1, 0) \neq 0$.