

Analisi Matematica 2 e Complementi

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di studio in Ingegneria Chimica, Elettrica ed Energetica
a.a. 2009-2010

16 aprile 2010

1. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) La funzione è differenziabile nel punto $(0, 0)$?
(b) In quali punti dell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^4 + y^4 \leq 1\}$$

la funzione assume il valore massimo?

2. Si consideri la curva $\gamma: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita dalle equazioni parametriche $\gamma(t) = (x(t), y(t))$

$$\begin{cases} x(t) = t(9 - t^2) \\ y(t) = (t^2 - 1)(t^2 - 4). \end{cases} \quad t \in [-3, 3].$$

Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}.$$

3. Calcolare

$$\sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{\pi} \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^k} dx.$$

4. Studiare qualitativamente le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^3 - 4y, \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

al variare del parametro $y_0 \in \mathbb{R}$.