Analisi Matematica 2 e Complementi

Scheda di autovalutazione n. 2: integrali multipli, integrali di linea, integrali di superficie

Ingegneria, a.a. 2009-2010

cognome | nome | matricola

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:												

Il test va svolto in un tempo massimo di 30 minuti, senza utilizzare libri, appunti e calcolatrici. L'autovalutazione e le soluzioni si potranno trovare nella pagina web del docente.
Il punteggio base è di 12 punti. Ogni risposta corretta vale un punto. Il punteggio (negativo) per le risposte sbagliate va ricavato dalla tabella:

risposte sbagliate:	0	1	2	3	4	5 o più
punteggio:	0	0	-1	-2	-4	-8

1. La misura dell'insieme

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 \le y^4 \le 1\}$$

è: **(A)** 0, **(B)** 1, **(C)** $\frac{4}{3}$, **(D)** $\frac{3}{4}$.

2. Calcolare l'integrale

$$\iint_Q x^2 y \, dx \, dy$$

sul quadrato $Q = [0,1] \times [0,1]$. Il risultato è **(A)** 0, **(B)** $\frac{1}{6}$, **(C)** 1, **(D)** $\frac{1}{2}$.

3. Il determinante Jacobiano $|\det D\varphi|$ della trasformazione $\varphi \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(x,y) = (x^2, xy)$ è **(A)** $|x^3 y|$, **(B)** $|2x^2 - y^2|$, **(C)** y^2, **(D)** $2x^2$.

4. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma xy \, ds \qquad \text{dove } \gamma(t) = (\cos t, \sin t),\ t \in [0,\pi].$$

Il risultato è: **(A)** 0, **(B)** 1, **(C)** -1, **(D)** π.

5. La forma differenziale

$$\omega = \sin y \, dx + x \cos y \, dy$$

è **(A)** né chiusa né esatta, **(B)** chiusa ma non esatta, **(C)** esatta ma non chiusa, **(D)** chiusa ed esatta.

6. Si consideri il campo vettoriale

$$\xi(x,y,z) = (x^2 + y, x - y, z).$$

Il rotore di ξ è: **(A)** $(0,0,0)$, **(B)** $(2x,-1,1)$, **(C)** $(1,-1,0)$, **(D)** $(x^2,0,0)$.

7. Calcolare l'integrale di linea $\int_\gamma \omega$ dove

$$\omega = x\,dx + y\,dy, \qquad \gamma(t) = (2t^3 - t, t^5 - t^2), \quad t \in [0,1].$$

Il risultato è: **(A)** -1, **(B)** 0, **(C)** $\frac{1}{2}$, **(D)** 1.

8. L'area della superficie parametrizzata da $\varphi(u,v) = (u,v,v)$ con $u \in [0,1]$, $v \in [0,2]$ è: **(A)** π, **(B)** 2, **(C)** $2\sqrt{2}$, **(D)** $\frac{1}{2}$.

9. Calcolare

$$\iint_B x^2 - y^2 \, dx \, dy$$

dove $B = \{(x,y) \colon x^2 + y^2 \le 3\}$. Il risultato è: **(A)** 0, **(B)** $-\pi$, **(C)** π, **(D)** $\frac{\pi}{3}$.

10. Sia $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + y^2 \le 2,\ z \in [0,1]\}$. Calcolare

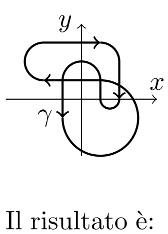
$$\int_{\partial^+\Omega} \xi \cdot \nu_\Omega \, d\sigma$$

dove $\xi(x,y,z) = (x,y,z)$. Il risultato è: **(A)** 0, **(B)** 6π, **(C)** $2\sqrt{2}\pi$, **(D)** 12π.

11. L'area della regione piana racchiusa dalla curva (data in coordinate polari) $\rho(\theta) = \sqrt{1 + \cos\theta}$, $\theta \in [0, 2\pi]$, è: **(A)** 1, **(B)** π, **(C)** $\sqrt{\pi}$, **(D)** $\sqrt{2}$.

12.
Calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ dove

$$\omega = \frac{(x-y)\,dx + (x+y)\,dy}{x^2 + y^2}$$



e γ è la curva rappresentata in figura. Il risultato è: **(A)** 0, **(B)** -2π, **(C)** 2π, **(D)** 4π.