Analisi Matematica 2
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2009-2010

12 gennaio 2010

1. Si consideri la funzione

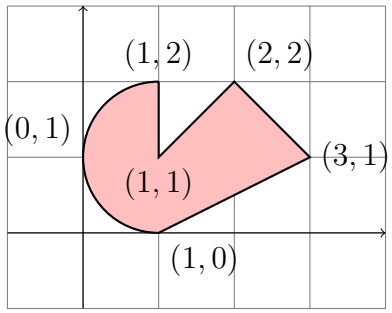
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^3 + y^5}{x^4 + y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione nel punto $(0,0)$.

2. Trovare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = x^6 - 2x^3y^3 + y^4 - y^6$$

e dire se sono massimi o minimi.



3. Determinare i valori massimo e minimo assunti dalla funzione

$$f(x,y) = 3x + 3y + 2$$

sulla regione chiusa delimitata dai 4 segmenti e dalla semicirconferenza rappresentati in figura.

4. Disegnare approssimativamente l'insieme di livello $\{f(x,y) = 0\}$ della funzione

$$f(x,y) = x^6y - x^2y - \log y.$$

In particolare

(a) determinare i punti in cui l'insieme di livello non si può rappresentare localmente come il grafico di una funzione (rispetto a x o rispetto a y);

(b) dimostrare che il livello è simmetrico rispetto all'asse delle y;

(c) trovare gli asintoti verticali del livello.

(d) verificare che il livello è connesso;