



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno Accademico 2008/2009

Facoltà: **Scienze Matematiche Fisiche e Naturali**

Insegnamento: **Analisi Matematica I**

Settore:

Corsi di studio:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

N.B.- Ai sensi dell'art.2 della Legge 1-5-1941. n.615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 15.10.2008 Totale ore 2

Argomento:

Un po' di logica. Assiomi. Predicati. Operatori logici.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 5.11.2008 Totale ore 2

Argomento:

Assiomi dei numeri reali. L'equazione $x^2 = 2$ non ha soluzioni in $\mathbb{Q}$. Per ogni $y > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ l'equazione $x^n = y$ ha una (unica) soluzione $x > 0$, $x \in \mathbb{R}$. Definizione $\sqrt[n]{x}$. Proprietà delle potenze a^n .

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 6.11.2008 Totale ore 1

Argomento:

Proprietà invariantiva: $\sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{np}}$. Definizione di a^r per $r \in \mathbb{Q}$:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Proprietà dell'esponenziale a^r su $\mathbb{Q}$. Lemma di continuità dell'esponenziale: dato $a > 1$ dato $\varepsilon > 0$ esiste $n \in \mathbb{N}$ tale che $a^{\frac{1}{n}} < 1 + \varepsilon$.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 12.11.2008 Totale ore 2

Argomento:

Definizione a^x per $a > 1, x \in \mathbb{R}$:

$$a^x = \sup\{a^r : r \in \mathbb{Q}, r < x\}.$$

Vale

$$\sup\{a^r : r \in \mathbb{Q}, r < x\} = \inf\{a^s : s \in \mathbb{Q}, s > x\}$$

in quanto i due insiemi in considerazione sono contigui. Proprietà di Archimede. Proprietà di densità dei razionali.

Caratterizzazione di sup e inf:

$$x = \sup A \Leftrightarrow \begin{cases} \forall a \in A: x \geq a \\ \forall \varepsilon > 0 \exists a \in A: x < a + \varepsilon. \end{cases}$$

Esercizi su sup e inf, max e min.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 13.11.2008 Totale ore 1

Argomento:

Proprietà sup e inf: $\sup(-A) = -\inf A$, $\sup A + B = \sup A + \sup B$, $\sup AB = \sup A \sup B$ (se $A \geq 0, B \geq 0$). Proprietà dell'esponenziale $x \mapsto a^x$ per $x \in \mathbb{R}$ ($a > 1$):

1. $x \mapsto a^x$ è strettamente crescente;
2. $a^{x+y} = a^x a^y$ (cenni di dimostrazione);
3. $a^{xy} = (a^x)^y$ (non dimostrato);
4. $(ab)^x = a^x b^x$ (non dimostrato).

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 19.11.2008 Totale ore 2

Argomento:

Definizione geometrica delle funzioni trigonometriche. Funzioni inverse. Proprietà geometrica:

$$\sin x \leq x \leq \tan x \quad \forall x \in [0, \pi/2]$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 20.11.2008 Totale ore 1

Argomento:

Matrice di rotazione. Formule di somma per seno e coseno. Formule di bisezione. Funzioni iperboliche. Funzioni iperboliche inverse.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 26.11.2008 Totale ore 2

Argomento:

Proprietà del valore assoluto, disuguaglianze triangolari. Definizione di limite di funzione e successione. Utilizzare la definizione per risolvere i seguenti limiti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2-2} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+3}{3n(n+1)^2} = \frac{1}{3}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n+1}} = 1.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 27.11.2008 Totale ore 1

Argomento:

Limiti notevoli:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^b} = 1.$$

inoltre

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 3.12.2008 Totale ore 2

Argomento:

Limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e.$$

Esercizi:

$$\lim_n n \sin \frac{1}{n}, \quad \lim_n \frac{\sin n}{n}, \quad \lim_n \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\frac{n+1}{\sqrt{n}}} \quad \lim_n (n+1)^2 \sin \frac{1}{n^2}.$$

$$\lim_n \frac{n^3 - 2n \sin n}{\sqrt{n+1}(2+n^2)}, \quad \lim_n (1+n^2) \left(\frac{1 + \sqrt{n^5}}{\sqrt{n^5+1} - \cos^2 \frac{1}{n}} \right).$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 4.12.2008 Totale ore 1

Argomento:

Esercizi sui limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\sin \frac{1}{n^2}}}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 10.12.2008 Totale ore 2

Argomento:

I seguenti limiti non esistono:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \chi_{\mathbb{Q}}(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin n.$$

Riepilogo delle proprietà di $\liminf$ e $\limsup$. Per casa cercare di dimostrare che $\limsup_n \sin n = 1$.

Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1 + 2\pi x^2}{x}$$

non esiste, invece il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \frac{1 + 2\pi n^2}{n}$$

esiste (e vale 1).

Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \frac{1 + \pi n^2}{n}$$

non esiste.

Esercizi sugli ordini di infinito:

$$\lim_n \frac{n \log n + n!}{n^n + 2^n}, \quad \lim_n \frac{n^2 + 2^n}{n}.$$

Per casa:

$$\lim_n \frac{(n+1)! - 2^n}{n! + \log n} \sin \frac{1}{n}, \quad \lim_n \left(\frac{n^2 + 2n + 7}{n^2 + 6} \right)^n, \quad \lim_n n \sin \sin \frac{1}{n}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 11.12.2008 Totale ore 1

Argomento:

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_n \frac{2^{n!}}{2^{n!}}, \quad \lim_n \frac{n!^2}{n^{2!}}, \quad \lim_n \frac{n^{n!}}{n!^n}.$$

Calcolare $\lim_n \frac{\lfloor \sqrt{2n} \rfloor}{n}$.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 17.12.2008 Totale ore 2

Argomento:

Determinare il lim inf e il lim sup della seguente successione:

$$\sqrt{n} - \lfloor \sqrt{n} \rfloor.$$

Continuità. Operazioni con le funzioni continue. Esempi di funzioni continue e non. La funzione $f: [0, 1] \cup (2, 3] \rightarrow [0, 2]$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in [0, 1] \\ x - 1 & \text{se } x \in (2, 3] \end{cases}$$

è continua e invertibile, ma l'inversa non è continua.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 18.12.2008 Totale ore 1

Argomento:

Studiare la continuità delle seguenti funzioni

$$\begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Anticipazione del teorema degli zeri e del teorema dei valori intermedi.

Dimostrare che l'equazione

$$x^7 + 3x^2 - 5x + 17 = 0$$

ha soluzione.

Sia $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ una funzione continua. Dimostrare che l'equazione $f(x) = x$ ha soluzione.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 7.1.2009 Totale ore 2

Argomento:

Successioni definite per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 4 - \frac{1}{a_n}, \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = 1 + a_n^2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}, \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 8.1.2009 Totale ore 1

Argomento:

Successioni definite per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = \alpha \\ a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \end{cases}$$

Calcolare il $\lim a_n$ per $\alpha = -2006$ e per $\alpha = 2006/2004$. Quali sono i valori di α per i quali la successione non è ben definita?

Calcolare $\lim F_{n+1}/F_n$ dove F_n è la successione di Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, ...

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 14.1.2009 Totale ore 2

Argomento:

Successioni definite per ricorrenza. Se $f : I \rightarrow I$ è crescente allora una successione che soddisfa $a_{n+1} = f(a_n)$ risulta essere monotona. Se $f : I \rightarrow I$ è decrescente allora le successioni a_{2n} e a_{2n-1} sono monotone.

Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare il limite della successione definita da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{a_n^2 - a_n}{2}. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 15.1.2009 Totale ore 1

Argomento:

Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare (se esiste) il limite della successione definita da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = 1 - a_n^2. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 21.1.2009 Totale ore 2

Argomento:

Formule di derivazione: derivata delle funzioni elementari, derivata della somma, del prodotto e del rapporto, derivata della funzione composta e della funzione inversa.

Dire se le seguenti funzioni sono continue, derivabili e se la derivata è continua:

$$\begin{cases} x^2 & \text{se } x > 0 \\ x & \text{se } x \leq 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \arctan x & \text{se } x \geq 0 \\ \sin x & \text{se } x < 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 22.1.2009 Totale ore 1

Argomento:

Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (2x - \pi) \tan x & \text{se } \cos x \neq 0 \\ -2 & \text{se } \cos x = 0. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 28.1.2009 Totale ore 2

Argomento:

Digressione sulle funzioni continue e gli invarianti topologici. Trovare esempi o dimostrare la non esistenza di:

1. *una funzione continua, bigettiva, con inversa continua $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$;*
2. *una funzione continua, surgettiva $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$;*
3. *una funzione continua, surgettiva $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$;*
4. *una funzione continua, bigettiva $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$;*
5. *una funzione (non continua) bigettiva $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ (per casa).*

Nozioni iniziali sullo studio di funzioni: campo di esistenza, comportamento ai limiti, esistenza della derivata, intervalli di monotonia, massimi-minimi...

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 29.1.2009 Totale ore 1

Argomento:

Come si determinano gli asintoti obliqui. La funzione $(1 + 1/x) \log x$ non ha un asintoto obliquo.

Studio di funzione:

$$f(x) = x e^{\frac{1}{1-|x|}}.$$

Trovare gli asintoti obliqui e dire se la funzione attraversa gli asintoti.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 12.2.2009 Totale ore 2

Argomento:

Completato esercizio della volta precedente. I seguenti sono esercizi presi dal compito di Analisi I modulo (del 4.2.2009). Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!}$$

Mostrare che la funzione

$$f(x) = x \sin |x|$$

è continua e derivabile. La derivata è continua?

Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \arctan x.$$

Dimostrare che $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è bigettiva. Sia $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione inversa di f . In quali punti g è derivabile? Calcolare $g'(1 - \pi/4)$.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 18.2.2009 Totale ore 2

Argomento:

Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \left| 1 + \frac{1}{\log x} \right|.$$

Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = x^3 e^{\frac{1}{x}}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 23.2.2009 Totale ore 2

Argomento:

Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^4 - 4ax^3 + a = 0$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$. Quante di queste soluzioni sono maggiori di 1? Al variare di $a \in \mathbb{R}$ determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^2 e^{-x} = a.$$

Studio qualitativo della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sin x.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 25.2.2009 Totale ore 2

Argomento:

Richiami sulla convessità. La disuguaglianza di Young:

$$xy \leq \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q}y^q \quad \text{per ogni } x, y \geq 0, p, q > 0, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

Dimostrare che $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ per ogni $x \geq 0$. Mostrare che vale la disuguaglianza opposta quando $x \leq 0$.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 2.3.2009 Totale ore 1

Argomento:

Definizione di primitiva. L'integrale indefinito come insieme delle primitive. Il teorema di caratterizzazione dell'insieme delle primitive. Primitive immediate date dalle formule di derivazione.

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 4.3.2009 Totale ore 2

Argomento:

Trovare almeno una primitiva delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{ccccccc}
 (x^2 + 2)^2, & \frac{1}{1-x}, & \frac{x+1}{x^2+2x}, & e^{3x}, & xe^{-x^2}, & \frac{1}{x \log x}, & \sin^7 x \cos x, \\
 \sin x \cos x, & (e^x + 1)^2, & \sin^2 x, & \frac{2x}{1+x^2}, & \frac{1}{1+x^2}, & \frac{1}{1-x^2}, & \\
 \frac{1}{x^2+2}, & \frac{1}{x \log^2 x}, & \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, & \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, & x \sin(x^2), & \frac{\arctan x}{1+x^2}, & \\
 \tan^2 x, & \frac{1}{\cos^2 x}, & \frac{1}{\sin^2 x}, & \frac{e^x}{1+e^{2x}}, & \frac{1}{x\sqrt{\log x}}, & \frac{1}{\tan x \sqrt{\log \sin x}} &
 \end{array}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 18.3.2009 Totale ore 2

Argomento:

La formula di integrazione per parti. Trovare le primitive delle seguenti funzioni utilizzando l'integrazione per parti:

$$\begin{array}{cccc}
 x \log x, & \log x, & \arctan x, & x^3 \arctan x, \\
 e^x \sin x, & \sin x \cos x. & &
 \end{array}$$

La formula di integrazione per sostituzione. Sostituzione diretta:

$$\frac{1}{x \log x}, \quad \frac{\log x}{x^2}.$$

Sostituzione inversa:

$$\sqrt{1-x^2}, \quad \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}, \quad \sqrt{1+x^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 19.3.2009 Totale ore 1

Argomento:

Integrazione delle funzioni razionali. Caso in cui abbiamo tutte le radici reali distinte:

$$\frac{x-5}{x^2-5x+6}, \quad \frac{x^2-1}{x(x-3)(x-5)}.$$

Caso in cui abbiamo tutte le radici reali, eventualmente con molteplicità:

$$\frac{3x-1}{(x-1)(x-2)^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 25.3.2009 Totale ore 1

Argomento:

Integrazione di funzioni razionali. Caso in cui al denominatore abbiamo radici complesse. Trovare una primitiva di:

$$\frac{1}{2x^2+4}, \quad \frac{1}{x^2+6x+15}, \quad \frac{3x-5}{x^2-4x+20},$$

$$\frac{x-2}{(x-3)(x^2+4)}, \quad \frac{1}{(1+x^2)^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 30.2.2009 Totale ore 1

Argomento:

Integrali che "non si sanno" calcolare:

$$\int e^{-x^2} dx, \quad \int \frac{\sin x}{x} dx, \quad \int \frac{1}{\log x} dx.$$

Integrali da 15":

$$\int \frac{e^x + \cos x}{e^x + \sin x} dx, \quad \int \frac{2}{\sqrt{x} - \sqrt{x+2}} dx, \quad \int \frac{\log \log x}{x} dx.$$

Utilizzo della formula di Taylor nei limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 1.4.2009 Totale ore 2

Argomento:

Calcolare i seguenti limiti (utilizzando la formula di Taylor):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x \sin^3 x}, & \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x \cos x}{\sqrt{\tan^3 x^2}}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 2 \cos x - 3}{x \sin^3 x}, & \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x \cos x}{\sqrt{\tan^3 x^2}}, \\ & \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\arctan(1/x)) - 1}{x^2}. \end{aligned}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 22.4.2009 Totale ore 2

Argomento:

Dimostrare che $x = 0$ è un punto di minimo locale per la funzione

$$f(x) = x(6 \sin x - 6x + x^3)(2 \cos x - 2 + x^2) + x^2(e^{x^4} - 1 - x^4),$$

Calcolare $f^{iv}(0)$ per

$$f(x) = (\sin(x^2) + e^x) \log(1 + x).$$

Integrali definiti. Ripasso su: primitive, funzioni integrali, teorema fondamentale del calcolo, formula fondamentale del calcolo. Cambio di variabili negli integrali definiti. Calcolare:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx.$$

L'integrale di una funzione dispari su un intervallo simmetrico è zero. Calcolare

$$\int_{-1}^1 \frac{\cos x (e^x - e^{-x})}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 29.4.2009 Totale ore 1

Argomento:

Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx \quad \int_0^{2\pi} \sin^7 x \, dx.$$

Calcolare

$$\int_{-1}^1 (x^2 + \sin x) \log(1 + x^2) \, dx.$$

Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} \, dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 30.4.2009 Totale ore 2

Argomento:

Calcolare i seguenti integrali impropri al variare di $p \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^1 x^p dx, \quad \int_1^{+\infty} x^p dx.$$

Criteri di convergenza basati sui criteri di asintoticità. Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri:

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \log \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx, \quad \int_1^{+\infty} \left(\sin \frac{1}{x} \right)^2 dx$$

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \log x} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\tan x}} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{e^{\sqrt{x}} - 1} dx, \quad \int_0^1 \exp \left(-\frac{1}{x-1} \right) dx.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 6.5.2009 Totale ore 2

Argomento:

Definizione della funzione $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$. Dominio di Γ , studio qualitativo, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$, $\Gamma(n+1) = n!$.

Tramite confronto tra serie e integrali, dimostriamo che

$$\frac{n^n}{e^n} \leq n! \leq \frac{(n+1)^{(n+1)}}{2e^{(n+1)}}.$$

Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ continua e tale che $f(0) = 1/42$. Posto

$$g(x) = \int_0^{\frac{x^3}{3} + x} f(t) dt$$

si provi che g è iniettiva e che detta $h(y)$ la funzione inversa di g (definita su $g(\mathbb{R})$) si ha

$$h(y) = 42y + o(y), \quad y \rightarrow 0.$$

Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ della funzione

$$f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \log(\cos t) \tan^2 t dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 13.5.2009

Totale ore 2

Argomento:

Provare che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2 \sqrt{t}}{t^3} dt = \infty$$

quindi calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\log x} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2 \sqrt{t}}{t^3} dt = \infty.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = x^2 + \int_0^x \frac{1}{1+t} \log(1+t^2) dt.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\tan x} \frac{\cos t}{1+t^2} dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 20.5.2009

Totale ore 2

Argomento:

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_1^{\log |x|} \arctan \frac{1}{\sqrt{|t|}} dt.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^x \arctan \sqrt{|1 + \log t|} dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario

Data 22.5.2009 Totale ore 1

Argomento:

Serie numeriche. Ricapitolazione dei criteri di convergenza. Determinare il carattere delle seguenti serie

$$\sum_k e^{\frac{1}{k}}, \quad \sum_k e^{-3k}, \quad \sum_k \frac{k!}{k^k}, \quad \sum_k \left(\frac{k-1}{k}\right)^{(k^2)}, \quad \sum_k \sin \frac{1}{k}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma

RIEPILOGO

Lezioni	n° ore	0
Esercitazioni	n° ore	65
Laboratori	n° ore	0
Seminari	n° ore	0
Totale ore		65

Visto: IL PRESIDE DELLA FACOLTÀ

FIRMA DEL DOCENTE

.....

.....