UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno Accademico	2007/2008

Facoltà:	**Scienze Matematiche Fisiche e Naturali**
Insegnamento:	**Analisi Matematica III modulo**
Settore:	.....
Corsi di studio:	.....
	.....
	.....
	.....

Prof.	Emanuele Paolini
Settore Inquadramento:	Analisi Matematica

N.B.- Ai sensi dell'art.2 della Legge 1-5-1941. n.615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *3.10.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Spazio metrico, distanza, insiemi aperti, chiusi, punti interni, punti di aderenza
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *10.10.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Punti di accumulazione, punti di frontiera. Spazio normato. La metrica euclidea su $\mathbb{R}^n$*. La disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *11.10.2007* Totale ore *1*
Argomento:
Intorni, insiemi aperti e chiusi, punti di aderenza, di accumulazione, di frontiera, parte interna, chiusura, bordo. Limiti e continuità.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *18.10.2007* Totale ore *1*
Argomento:
Gli operatori integrale e derivata. Completezza.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *24.10.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Il teorema delle contrazioni. Esempi. Esercizi sulla convergenza uniforme: su quali insiemi la successione $f_k(x) = x^k$ *converge uniformemente?*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *31.10.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Esercizi sulla convergenza uniforme:

$$x^k, \qquad \frac{kx}{1+k^2x^2}, \qquad \frac{kx+1}{2+k^2x^2}, \qquad \arctan(kx)$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *7.11.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Studiare la convergenza uniforme della successione

$$f_k(x) = \frac{\sin x}{ke^x} + \frac{k}{1+(x-k)^2}.$$

La funzione

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(kx)}{2^k}$$

è derivabile. Calcolare

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *14.11.2007* Totale ore *2*
Argomento:
La serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$$

converge uniformemente sugli intervalli $[-1, 1-\varepsilon)$.
Studiare la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)^n.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *21.11.2007* Totale ore *2*
Argomento:
I seguenti limiti per $(x, y) \to (0, 0)$ *non esistono*

$$\lim \frac{|x| + |y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \lim \frac{xy^2}{x^2 + y^4}, \quad \lim \frac{x^2 + \sqrt{|x|}y + xy}{|x| + 2y^2}, \quad \lim \frac{x^7 + y^{17}}{x + y}, \quad \lim \frac{x^6 + 2xy}{x^2 + y^2}$$

I seguenti limiti esistono, per $(x, y) \to (0, 0)$

$$\lim \frac{x^3 + x^2y - x^4}{x^2 + y^2}, \quad \lim \frac{x^2 + \sqrt{|x|}y + xy}{|x| + |y|},$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *28.11.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Differenziale, derivate direzionali, derivate parziali, gradiente. Usando la definizione calcolare la derivata direzionale della funzione

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2^2 + x_2x_3 - x_3$$

nel punto $\bar{x} = (1, -1, 0)$ *nella direzione* $\lambda = (1, 1, -1)$. *Calcolare il gradiente nel punto* $\bar{x}$ *e verificare che la funzione è differenziabile in* $\bar{x}$.
Studiare la derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}, \quad f(0, 0) = 0$$

in $(0, 0)$.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *29.11.2007* Totale ore *1*
Argomento:
La funzione

$$f(x,y) = \frac{x^3}{x^2+y^2}, \quad f(0,0) = 0$$

ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ *ma non è differenziabile in quel punto.*
Studio delle derivate seconde di

$$f(x,y) = \frac{x^4 - x^2y^2}{x^2+y^2}, \quad f(0,0) = 0.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *5.12.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Completato l'esercizio della lezione precedente. Le derivate seconde miste di

$$f(x,y) = \frac{xy^3}{x^2+y^2}, \quad f(0,0) = 0,$$

sono diverse in $(0,0)$.
Studiare la continuità e derivabilità della funzione

$$f(x,y,z) = \frac{z^4(x^2+y^2)^\alpha}{x^2+y^2+z^2}, \quad f(0,0,0) = 0$$

al variare del parametro $\alpha > 0$. *Cosa succede per* $\alpha < 0$*?*
Il teorema di Weierstraß: enunciato e dimostrazione. Come trovare massimi e minimi assoluti di una funzione derivabile su un dominio regolare chiuso e limitato (caso $n = 2$*).*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma .....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *5.12.2007* Totale ore *2*
Argomento:
Trovare massimi e minimi assoluti della funzione $x + y$ *sul cerchio di raggio unitario.*
Trovare massimi e minimi assoluti della funzione $2x^2y - x - y$ *sul quadrato* $[0, 1] \times [0, 1]$.
Studiare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = 2y^4 - 2xy^3 + 5x^2$$

(lo studio del punto critico $(0, 0)$ *in cui si annulla l'Hessiano, solo accennato).*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . . . .

RIEPILOGO

Lezioni	n° ore	0
Esercitazioni	n° ore	23
Laboratori	n° ore	0
Seminari	n° ore	0
Totale ore		23

Visto: IL PRESIDE DELLA FACOLTÀ

. . . . . .

FIRMA DEL DOCENTE

. . . . . .