

Analisi Matematica I e II modulo

Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

10 settembre 2007

1. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n - n^2}.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin^2 x)}{x \sin x}.$$

3. Sia $f(x)$ una funzione continua tale che $|f(x)|$ è derivabile. Dimostrare che anche $f(x)$ è derivabile.

4. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \log|x + e^x|.$$

5. Dimostrare la validità della seguente disuguaglianza

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx > \int_{-2}^{-1} \frac{\sin(\pi x)}{x} dx.$$

6. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$$