Analisi Matematica I e II modulo
Prova scritta n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

10 luglio 2007

1. Calcolare il seguente limite di succesione
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}.$$

2. Calcolare o dimostrare che non esiste il seguente limite di funzione
$$\lim_{n\to\infty} \sin x - \sin(2x).$$

3. Studiare la continuità e la derivabilità nel punto $x = 0$ della funzione
$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{per } x > 0 \\ -x^2 & \text{per } x \leq 0. \end{cases}$$
Studiare inoltre la continuità della derivata.

4. Studiare il grafico della seguente funzione
$$f(x) = x^2 + 2\log|x-2|.$$

5. Calcolare
$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\, dx.$$

6. Determinare il carattere della seguente serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - n^{-\frac{1}{2}}\right)^n.$$